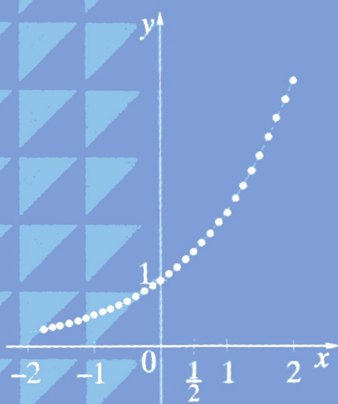
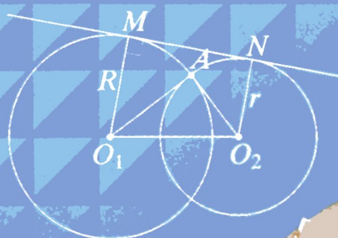
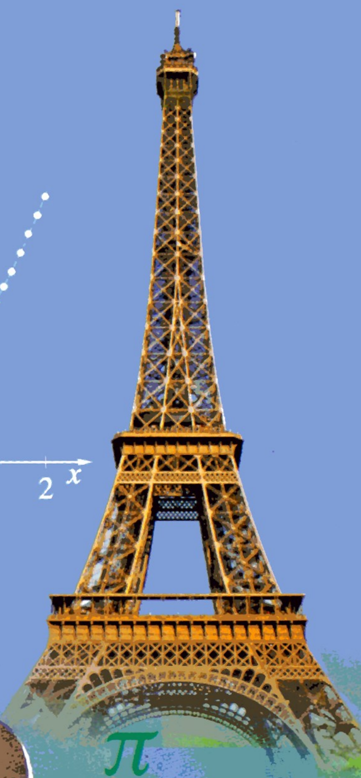
MATEMATIKA 11

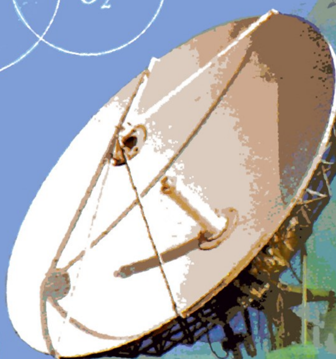
Uždavinynas















MATEMATIKA 11

UŽDAVINYNAS

Scanned by
Cloud Dancing

TEV

VILNIUS 2003

UDK 51(076)
Ma615

Antrasis pataisytas ir papildytas leidimas

Darbo vadovas *Vilius Stakėnas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys*, *Valdas Vanagas*

Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*, *Tadeuš Šeibak*

Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Nijolė Drazdauskienė*

Korektorė *Žydrūnė Stundžienė*

Konsultantai: *Marytė Stričkienė*, *Elmundas Žalys*

Recenzavo Matematikos ir informatikos institutas

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 9955–491–41–8

© Leidykla TEV, Vilnius, 2002

TURINYS

LEIDĖJŲ ŽODIS

Šis uždavinynas parengtas pagal naująjį matematikos vadovėlį XI klasei (Matematika 11, TEV, Vilnius, 2002). Vadovėlyje esančių uždavinių tikriausiai pritrūks tiems, kas siekia tikrai išsamių matematikos žinių, todėl parengėme šį uždavinyną. Jį sudaro penki skyriai, išdėstyti ta pačia tvarka, kaip ir XI klasės matematikos vadovėlyje. Sunkesni uždaviniai pažymėti žvaigždute.
Tai antras uždavinyno leidimas. Jis skiriasi nuo pirmojo tuo, kad čia ištaisyti pastebėti netikslumai, o svarbiausia — pateikti beveik visų uždavinių atsakymai. Uždavinius persprendė ir sąlygas tikrino VU Matematikos ir informatikos fakulteto studentas Raimondas Jasinskas.

Uždavinius parinko XI klasės vadovėlio autoriai Kornelija Intienė, Eugenijus Stankus ir Vladas Vitkus.

Linkime sėkmės!

1. SKAIČIAI IR REIŠKINIAI, LYGTYS IR NELYGYBĖS

1.1. REALIŲJŲ SKAIČIŲ AIBĖ

1. Užrašykite visus dviženklius skaičius, kurių kiekvieno vienetų skaitmuo 3 kartus mažesnis už dešimčių skaitmenį.

2. Dviženklio skaičiaus vienetų skaitmuo 3 kartus mažesnis už dešimčių skaitmenį. Sukeitę skaitmenis vietomis, gausime skaičių, kuris 36 vienetais mažesnis už pradinį. Koks pradinis skaičius?

3. Dviženklio skaičiaus vienetų skaitmuo 4 kartus didesnis už dešimčių skaitmenį. Sukeitus skaitmenis vietomis, gaunamas skaičius, kuris 54 vienetais didesnis už pradinį. Koks pradinis skaičius?

4. Triženklio skaičiaus $\overline{3xy}$ vienetų skaitmuo 3 vienetais didesnis už dešimčių skaitmenį. Sukeitus paskutiniuosius du skaitmenis vietomis, gaunamas skaičius $\overline{3yx}$. Kiek gautasis skaičius yra didesnis už pradinį?

5. Neigiamo dviženklio sveikojo skaičiaus skaitmenų suma lygi 12. Sukeitę skaitmenis vietomis, gausime skaičių, kuris 18 vienetų mažesnis už pradinį. Koks pradinis skaičius?

6. Dviženklį skaičių dalijant iš jo skaitmenų sumos, kuri lygi 8, gaunamas dalmuo 2 ir liekana 1. Koks tai skaičius?

7. Dalydami natūralųjį skaičių n iš natūraliojo skaičiaus m, gauname dalmenį k ir liekaną r. Ar gali visi keturi skaičiai n, m, k ir r būti nelyginiai?

8. Trijų natūraliųjų skaičių suma yra lyginė. Lyginė ar nelyginė yra šių skaičių sandauga?

9. Kokia liekana gaunama:

a) 79 dalijant iš 17; b) 327 dalijant iš 15;

c) 1056 dalijant iš 26; d) 54 321 dalijant iš 12 345?

10. Dviženklis skaičius dalijasi iš 3, o jo dešimčių skaitmuo mažesnis už vienetų skaitmenį 6 vienetais. Koks tai skaičius?

11*. Raskite dviženklį skaičių, kuris lygus jo vienetų skaitmens kvadrato ir dešimčių skaitmens sumai.

12. Su kuriomis natūraliosiomis n reikšmėmis reiškinys $\frac{n^2+n+6}{n+1}$ lygus sveikajam skaičiui?

13*. Įrodykite, kad su visais sveikaisiais n trupmena $\frac{2n+1}{3n+1}$ yra nesuprastinama.

14. Raskite dviejų skaičių didžiausiąjį bendrąjį daliklį ir mažiausiąjį bendrąjį kartotinį:

a) 60, 90; b) 294, 504; c) 495, 825; d) 756, 275.

15. Raskite didžiausią triženklį skaičių, kuris dalijasi iš 45.

16. Raskite didžiausią keturženklį skaičių, kurio priešpaskutinis skaitmuo 1 ir kuris dalijasi iš 15.

17. Kurie iš skaičių 781 182, 5 108 905, 78 834 624 dalijasi iš:

a) 3; b) 4; c) 5; d) 9?

18. Ar skaičius $\underbrace{22\ldots2}_{45}$ dalijasi iš: a) 2; b) 3; c) 4; d) 9?

19. Kokį skaitmenį reikia įrašyti vietoj žvaigždutės, kad skaičius 781$*$ dalytųsi iš:

a) 2; b) 4; c) 5; d) 9?

20. Ar egzistuoja sveikasis skaičius m, su kuriuo suprastinama trupmena:

a) $\frac{4}{4m+3}$; b) $\frac{6m-1}{6}$; c) $\frac{m}{m+1}$; d) $\frac{3m+6}{2m}$?

21. Apskaičiuokite:

a) $\dfrac{2\frac{3}{4}:1{,}1+3\frac{1}{3}}{0{,}4\cdot3\frac{1}{3}-2{,}5}$;

b) $\dfrac{\left(1{,}5+2\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{8}{15}}{\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{8}\right)\cdot26\frac{2}{3}}$;

c) $\dfrac{\left(2\frac{1}{6}+4\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{8}}{\left(2\frac{3}{4}-1{,}5\right):\frac{1}{5}}$;

d) $\dfrac{\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{8}\right)\cdot11{,}2}{\left(3{,}5+\frac{7}{12}\right)\cdot\frac{2}{7}}$;

e) $\dfrac{2{,}44-0{,}84\left(6\frac{8}{9}:2\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\cdot4\frac{4}{35}\right)}{\frac{4}{5}\left(7{,}605\cdot\frac{2}{15}+3{,}086\right)}$;

f) $1+\dfrac{2}{3+\frac{4}{5+\frac{6}{7+\frac{8}{9}}}}$.

22. Naudodamiesi stačiaisiais trikampiais, skaičių tiesėje pažymėkite tašką, atitinkantį skaičių:

a) $\sqrt{18}$; b) $\sqrt{20}$; c) $\sqrt{21}$; d) $\sqrt{26}$;

e) $\sqrt{29}$; f) $\sqrt{32}$; g) $\sqrt{40}$; h) $\sqrt{45}$.

23. Surašykite skaičius didėjimo tvarka:

a) $\frac{1}{4}$, $\sqrt{0{,}1}$, 0,2;

b) $\sqrt{0{,}3}$, 0,3, $\frac{1}{3}$;

c) $\sqrt{0{,}5}$, 0,5, $(\sqrt{5}-2)^2$;

d) $\sqrt{1{,}7}$, $1\frac{7}{10}$, $(3-\sqrt{7})^2$.

24. Begalinę periodinę dešimtainę trupmeną užrašykite paprastąja:

a) 3,(1); b) 2,1(3); c) 3,1(45); d) 2,37(1).

25. Palyginkite skaičius:

a) $\frac{1}{7}$ ir 0,1428(57); b) $\frac{7}{30}$ ir 0,23(12); c) $\frac{7}{11}$ ir 0,6363;

d) $\frac{5}{11}$ ir 0,(384615); e) $5\sqrt{3}$ ir $4\sqrt{5}$; f) $2\sqrt{3}$ ir $3\sqrt{2}-1$.

26. Surašykite skaičius:

a) $-1{,}5,\ \frac{6}{7},\ 5\frac{4}{11},\ -3\frac{1}{3},\ \frac{7}{8},\ 5{,}(34)$ didėjimo tvarka;

b) $\frac{7}{9},\ -2{,}6,\ \frac{5}{8},\ -2\frac{2}{3},\ 3{,}(46),\ 3\frac{6}{13}$ mažėjimo tvarka;

c) $\frac{3}{7},\ -3{,}8,\ \frac{5}{9},\ -3{,}(8),\ 4\frac{2}{7},\ 4{,}286$ didėjimo tvarka;

d) $-5\frac{5}{6},\ \frac{4}{11},\ -1{,}6,\ \frac{3}{8},\ 0{,}376,\ -5{,}(8)$ mažėjimo tvarka.

27. Parašykite kokį nors racionalųjį skaičių, esantį tarp:

a) $\sqrt{2}$ ir $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{5}$ ir $\sqrt{7}$; c) $\sqrt{3}$ ir $\sqrt{5}$; d) 1 ir $\sqrt{2}$.

28. Parašykite kokį nors iracionalųjį skaičių, esantį tarp:

a) $\frac{1}{2}$ ir $\frac{3}{5}$; b) $\frac{1}{3}$ ir $\frac{3}{4}$; c) $\frac{1}{7}$ ir $\frac{2}{7}$; d) $\frac{5}{8}$ ir $\frac{3}{4}$.

29. Tarp kokių dviejų iš eilės einančių sveikųjų skaičių yra skaičius:

a) $\frac{1}{3}\sqrt{63}$; b) $\frac{3}{4}\sqrt{112}$; c) $-\frac{2}{3}\sqrt{17}$; d) $-2{,}3\sqrt{15}$?

30. Palyginkite skaičius a ir b, kai:

a) $a = \sqrt{21} - \sqrt{5},\ b = \sqrt{20} - \sqrt{6}$;
b) $a = \sqrt{37} - \sqrt{14},\ b = 6 - \sqrt{15}$;
c) $a = \sqrt{17} - \sqrt{13},\ b = 4 - \sqrt{14}$;
d) $a = \sqrt{11} - \sqrt{21},\ b = \sqrt{10} - \sqrt{22}$.

31. Parašykite visus sveikuosius skaičius, priklausančius intervalui:

a) $(-1{,}1; 2{,}1)$; b) $\left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$; c) $(-\sqrt{5}; \sqrt{6}]$;
d) $(-3\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$; e) $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$; f) $(-2 + \sqrt{3}; -3 + \sqrt{10})$.

32. Teigiami skaičiai p, l, x ir y tenkina nelygybes $p > x$, $p < l$, $y > l$. Didėjimo tvarka surašykite skaičius $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{x}$ ir $\frac{1}{y}$.

33. Teigiami skaičiai k, m, p ir l tenkina nelygybes $k < l$, $m > l$, $m < p$. Mažėjimo tvarka surašykite skaičius $\frac{1}{k}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{m}$.

34. Naudodamiesi nelygybe $4{,}1 < \sqrt{17} < 4{,}2$, įvertinkite skaičių:

a) $\sqrt{17} - 4$; b) $\sqrt{68}$; c) $-\sqrt{153}$; d) $2 - \sqrt{17}$.

35. Naudodamiesi nelygybe $3{,}8 < \sqrt{15} < 3{,}9$, įvertinkite skaičių:

a) $\sqrt{15} - 2$; b) $\sqrt{60}$; c) $-\sqrt{135}$; d) $5 - \sqrt{15}$.

36. Naudodamiesi nelygybe $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{3}$, įvertinkite:

a) $2a + 1$; b) $-4a$; c) $\frac{1}{a}$; d) $4 - \frac{5}{a}$.

37. Naudodamiesi nelygybe $0{,}5 < b < 0{,}6$, įvertinkite:

a) $3b + 2$; b) $-6b$; c) $\frac{1}{b}$; d) $12 - \frac{3}{b}$.

38. Naudodamiesi nelygybėmis $1 < a < 2$, $2 < b < 3$, įvertinkite:

a) $a + b$; b) $a - b$; c) ab; d) $\frac{a}{b}$; e) $\frac{b}{a}$.

39. Naudodamiesi nelygybėmis $-2 < a < -1$, $-3 < b < -2{,}5$, įvertinkite:

a) $a + b$; b) $a - b$; c) ab; d) $\frac{a}{b}$; e) $\frac{b}{a}$.

40. Kiek sveikųjų reikšmių įgyja reiškinys, kai n ir m kinta nurodytuose intervaluose:

a) $2n - \frac{3}{m}$, kai $-4 < n < 0{,}8$, $\frac{1}{7} < m < 0{,}3$;

b) $\frac{1}{n} - 5m$, kai $-\frac{1}{4} < n < -\frac{2}{9}$, $-0{,}4 < m < 3$?

41. Tegu $-2 < a < -0{,}5$, $-1 < m < \frac{2}{3}$, $-5 < p < -2\frac{1}{4}$.
Įrodykite, kad $\frac{a}{3m-2p} > -\frac{4}{3}$.

42. Tegu $-4 < m < 1$, $5\frac{1}{6} < n < 5{,}5$, $-0{,}8 < a < -\frac{1}{3}$.
Įrodykite, kad $\frac{m+6n}{a} < -33\frac{3}{4}$.

43. Suprastinkite:

a) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$; b) $(9 - 2\sqrt{14})(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2$;

c) $(2 + \sqrt{5})\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$; d) $(2\sqrt{2} + 3)\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$;

e) $(\sqrt{3} + 3)\sqrt{6(2 - \sqrt{3})}$; f) $(\sqrt{5} - 3)\sqrt{2(7 + 3\sqrt{5})}$.

44. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje:

a) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$; b) $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}$; c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{17}-2\sqrt{5}}$; d) $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{5}+1}$.

45. Suprastinkite:

a) $\sqrt{(\sqrt{17} - 3\sqrt{2})^2} + \frac{1}{\sqrt{17}-4} - 3\sqrt{2}$;

b) $\left(\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)\frac{4}{3\sqrt{7}+5\sqrt{5}}$;

c) $\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$;

d) $\left(\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{16}{1-\sqrt{5}} + \frac{2}{2+\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{1}{5\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

46. Automašinų kolona, kurios ilgis 10 km, juda plentu pastoviu 60 km/h greičiu. Iš paskutinės automašinos siunčiamas pasiuntinys motociklininkas į kolonos priekį. Per kiek laiko jis, pasivijęs priekinę automašiną ir perdavęs laišką, grįš į kolonos galą, jei jis važiuoja 72 km/h greičiu? Atsakymą užrašykite 0,01 h tikslumu.

47. Stačiakampio formos aptvaras, kurio matmenys:

a) 15 m ir 50 m; b) 75 m ir 70 m; c) 150 m ir 25 m; d) 1 km ir 0,4 km

keičiamas į jam lygiaplotį kvadratinį aptvarą. Kiek metrų tvoros sutaupoma? Atsakymą suapvalinkite 0,1 m tikslumu.

48. Kiek litrų vandens reikia įpilti į 16 ℓ rūgšties tirpalą, kurio koncentracija 25%, kad gautume 15% rūgšties tirpalą. Atsakymą suapvalinkite 0,01 ℓ tikslumu.

49. Kiek procentų padidės dviejų skaičių sandauga, jei vieną iš jų padidinsime 12%, o kitą — 16%? Atsakymą suapvalinkite 0,1% tikslumu.

50. Kaip pakis dviejų skaičių sandauga, jei vieną iš jų sumažinsime 6%, o kitą padidinsime 6%? Atsakymą suapvalinkite 0,1% tikslumu.

1.2. LAIPSNIAI IR ŠAKNYS

51. Apskaičiuokite:

a) $\dfrac{4\cdot 2^{-2}+9\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{8^0+\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{24}\right)^{-1}}$;

b) $\left(\frac{1}{5^{-2}}+\frac{2}{1+0,5\cdot 5^2}\right):\left(\frac{27}{5^6-8}\right)^{-1}+\frac{2}{2\cdot 5^2-5^4}$;

c) $\left(\frac{2^{-2}}{5^{-3}}-(-4)^{-1}\right)\cdot\dfrac{5^0+5^3\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\cdot 3^{-1}}{\frac{1}{5^{-2}}-4}:\frac{1}{6^{-1}}$;

d) $\left(9\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3^4}{(-2)^5}\right):\left(\frac{-2-2^4}{6^2\cdot 2^{-4}}\right)^{-1}$;

e) $\left(\left(\frac{1-3^{-1}}{1-3^{-3}}\right)^{-1}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1+3^{-3}}{1+3^{-1}}-3^{-1}\right)$;

f) $\dfrac{3^2\cdot(0,2)^{-1}-3^{-2}(0,2)^3}{\frac{3^3}{0,2}+0,6}:\dfrac{3^{-1}\cdot 0,2-(0,2)^{-1}\cdot 3}{3^3\cdot(0,2)^{-1}}$;

g) $\left(\frac{\sqrt{2}}{(-8)^{-1}}+\frac{2\sqrt{2}}{3^{-2}}\right):\left(\frac{3^{-2}}{1+3^{-2}}\right)^{-1}$;

h) $\left(\frac{\sqrt{3}}{7^{-1}}-\frac{2\sqrt{3}}{2^{-2}}\right):\left(\frac{2^{-2}}{1-2^{-2}\cdot 3}\right)^{-1}$.

52. Atlikite veiksmus su skaičiais, užrašytais standartine išraiška; atsakymą užrašykite taip pat standartine išraiška:

a) $(5,6\cdot 10^3)\cdot(2,5\cdot 10^4)$;
b) $(1,8\cdot 10^{-5})\cdot(2,6\cdot 10^8)$;
c) $(2,4\cdot 10^7)\cdot(6,5\cdot 10^{-4})$;
d) $(3,6\cdot 10^{-2})\cdot(5,4\cdot 10^{-4})$;
e) $(6,9\cdot 10^9):(2,3\cdot 10^5)$;
f) $(1,71\cdot 10^{-3}):(1,14\cdot 10^{-6})$;
g) $(4,8\cdot 10^8):(1,2\cdot 10^4)$;
h) $(3,12\cdot 10^{-3}):(5,2\cdot 10^{-7})$;
i) $7,3\cdot 10^{-4}+8,7\cdot 10^{-4}$;
j) $8,7\cdot 10^6+3,8\cdot 10^5$;
k) $5,8\cdot 10^5+8,7\cdot 10^6$;
l) $5,4\cdot 10^{-6}+5,6\cdot 10^{-5}$.

53. Palyginkite skaičius:

a) $1,7\cdot 10^6$ ir $9,8\cdot 10^5$;
b) $8,6\cdot 10^{-5}$ ir $2,3\cdot 10^{-4}$;
c) $2,3\cdot 10^8$ ir $9,6\cdot 10^7$;
d) $7,9\cdot 10^{-6}$ ir $1,4\cdot 10^{-4}$.

54. Išreikškite:

a) $5,2\cdot 10^2$ t gramais;
b) $3,72\cdot 10^{-3}$ km metrais;
c) $9,6\cdot 10^9$ cm kilometrais;
d) $7,2\cdot 10^{12}$ mg kilogramais;
e) $1,6\cdot 10^{12}$ g tonomis;
f) $6,3\cdot 10^{-8}$ m kilometrais;
g) $4,2\cdot 10^7$ dm centimetrais;
h) $1,68\cdot 10^{-4}$ km decimetrais;
i) $6,3\cdot 10^{11}$ mg kilogramais;
j) $6,8\cdot 10^{-13}$ km milimetrais.

55. Mėnulis sukasi aplink Žemę apskritimu, kurio spindulys $3{,}8 \cdot 10^5$ km. Kiek kilometrų nuskrieja Mėnulis apsisukęs aplink Žemę 100 kartų?

56. Žemė sukasi aplink Saulę apskritimu, kurio spindulys 149 500 000 km. Kokį kelią Žemė nukeliauja:

a) per metus; b) per sekundę?

57. Palydovas juda aplink Žemę apskritimu ir apskrenda aplink Žemę per 2,5 valandos. Žemės spindulys yra 6400 km, o palydovas skrenda 2900 km aukštyje.
a) Koks palydovo orbitos spindulys metrais?
b) Kiek metrų palydovas nuskrenda per 1 valandą?
c) Kiek kilometrų palydovas nuskrenda per parą?
Atsakymus užrašykite standartine išraiška.

58. Šviesos greitis yra apie $3 \cdot 10^5$ km per sekundę. Saulės šviesa pasiekia Žemę per 8,3 minutės. Koks atstumas nuo Žemės iki Saulės?

59. Laikydami, kad metuose yra 365 paros apskaičiuokite, kiek kilometrų šviesa nueina per metus.

60. Žmogaus kraujo 1 mm^3 vidutiniškai yra $5 \cdot 10^6$ raudonųjų kūnelių. Atliekant laboratorinius tyrimus kraujas sumaišomas su tam tikru cheminiu elementu santykiu 1 : 199. Kiek raudonųjų kraujo kūnelių yra 3,5 mm^3 tokio mišinio?

61. Vieno automobilio padangos skersmuo 64 cm, o kito — ketvirtadaliu mažesnis.
a) Kiek kartų apsisuka pirmojo automobilio ratas nuvažiavus 20 000 km?
b) Kiek kartų apsisuka antrojo automobilio ratas nuvažiavus 20 000 km?
c) Kiek procentų antrojo automobilio rato apsisukimų skaičius yra didesnis už pirmojo automobilio rato apsisukimų skaičių abiem nuvažiavus po 20 000 km?

62. Suprastinkite:

a) $3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} - \sqrt{50}$;

b) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{75} + 3\sqrt{108}$;

c) $20\sqrt{245} - \sqrt{5} + \sqrt{125} - 2{,}5\sqrt{180}$;

d) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5} - 2{,}25\sqrt[3]{40} + 10\sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{320}$;

e) $\left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 8\sqrt{\frac{3}{8}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$;

f) $\left(\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{54}\right)\left(5\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)$;

g) $4\sqrt[3]{-3} - \sqrt[3]{\frac{8}{9}} + \sqrt[3]{\frac{3}{8}} - \sqrt[3]{7\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{-0{,}375} + \sqrt[3]{46\frac{7}{8}}$;

h) $\left(\frac{15}{\sqrt{6}-1} + \frac{4}{2-\sqrt{6}}\right)\left(\sqrt{6}+1\right)$;

i) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} - \frac{\sqrt{2}+1}{1-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$;

j) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+1}{1-\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$;

k) $\frac{\sqrt{7}-23}{9} - \frac{2\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+4} + \frac{4+\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}}$;

l) $\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{3-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{3-\sqrt{3}}}$;

m) $\sqrt{57 + 40\sqrt{2}} - \sqrt{57 - 40\sqrt{2}}$;

n) $\sqrt{53 + 20\sqrt{7}} - \sqrt{53 - 20\sqrt{7}}$;

o) $\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}}$;

p) $\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{2(3-2\sqrt{2})}}$;

r) $\sqrt[6]{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{1-\sqrt{2}}$;

s) $\sqrt[4]{a^2\sqrt[3]{a^4}}$;

t) $\sqrt{x\sqrt{\frac{x^2}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}}}$;

u) $5a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} - 2\sqrt{a^3\sqrt[4]{a^3}}$;

v) $\frac{3}{\sqrt{a^{-5}\sqrt[4]{a^5}}} - \frac{4a^2}{\sqrt[4]{a\sqrt{\frac{1}{a}}}}$;

z) $\sqrt{a\sqrt[3]{b}} : \left(\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b^{-1}\sqrt{a^3}}\right)$.

63. Apskaičiuokite:

a) $8^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{4}} + 9^{\frac{1}{2}}$;

b) $25^{\frac{1}{2}} - 27^{\frac{2}{3}} + 81^{\frac{3}{4}}$;

c) $\left(125^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$;

d) $9 \cdot (0{,}027)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}} + 25^{\frac{3}{2}}$;

e) $\left(\frac{1}{4}\left((0{,}027)^{\frac{2}{3}} + 15 \cdot (0{,}0016)^{\frac{3}{4}} + 1\right)\right)^{\frac{1}{2}}$;

f) $16^{0{,}5} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0{,}75} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$;

g) $64^{-0{,}5} - 8^{-\frac{4}{3}} + (0{,}25)^{-\frac{3}{2}}$;

h) $15^{-2} \cdot 45^{\frac{5}{3}} \cdot 75^{-\frac{4}{3}} \cdot 0{,}2^{-3}$;

i) $12^{\frac{2}{3}} \cdot 18^{1{,}5} \cdot 54^{-\frac{5}{6}} \cdot 192^{-\frac{1}{6}}$;

j) $63^{2\frac{1}{3}} \cdot \left(16\frac{1}{3}\right)^{0{,}6} \cdot 147^{-0{,}1} \cdot 21^{-3\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{11}{30}}$;

k) $48^{0{,}75} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^{-0{,}25} \cdot 24^{-1{,}25} \cdot 144^{1\frac{1}{8}}$;

l) $(0{,}027)^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0{,}75} - 3^{-1} + (-5{,}5)^0$;

m) $\left(3^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}\right) : \left(0{,}5 \cdot 3^{-\frac{3}{4}} - 3^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{4}}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$.

64. Apskaičiuokite reikšmę reiškinio:

a) $\left(-\frac{27b}{b^{-0{,}5}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\sqrt[5]{b^{0{,}4}}\right)^{\frac{5}{2}}$, kai $b = 2^{10}$;

b) $\frac{\left(\sqrt{a\sqrt[3]{a^2b}}\right)^4 \cdot \left(\sqrt[5]{a^{4/3}}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt[3]{a\sqrt{b}}\right)^6 \cdot \left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3}$, kai $a = 8$, $b = 27$;

c) $\frac{\left(\sqrt[4]{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a^{\frac{2}{3}}b^2}}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{a^{\frac{1}{4}}\sqrt[4]{b}}\right)^{-2}}{a \cdot \left(\sqrt[7]{\sqrt{a}}\right)^{-3{,}5}}$, kai $a = 3$, $b = 12$;

d) $\left(\frac{x^{-1}-x}{\left(\sqrt[3]{x}+x^{-\frac{1}{3}}+1\right)\left(\sqrt[3]{x}+x^{-\frac{1}{3}}-1\right)} + \sqrt[3]{x}\right)^{-3}$, kai $x = 3$.

e) $\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} + \frac{b-a}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}\right)\frac{1}{b} + 1$, kai $a = 1$, $b = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$.

1.3. ALGEBRINIAI REIŠKINIAI

65. Nustatykite reiškinio apibrėžimo sritį:

a) $x + \frac{1}{x}$;
b) $\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+1}$;
c) $\frac{x-5}{x^2-9} + \frac{3x+1}{x-3}$;
d) $\frac{x-1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x-2}$;
e) $\sqrt{x+2} + \frac{x-1}{\sqrt{x+2}}$;
f) $\frac{2x-3}{|x-1|} + x - 1$;
g) $\frac{|3x-5|}{2} + |x-1|$;
h) $\frac{a^2+\frac{1}{a}}{a+\frac{1}{a}-1}$;
i) $\frac{x+1}{x+\frac{1}{x-1}+1}$;
j) $\frac{3x}{2-x^2} + \frac{x-1}{x^2+2}$;
k) $\frac{x^5+3x^4+2x-1}{3x^4+2x^2+1} - \frac{x^2-1}{5x^2+6}$;
l) $\frac{a^4+1}{\frac{1}{a^2}+a^2} + \frac{3a^2}{a^4+\frac{1}{a^4}}$;
m) $\frac{x^2+1}{(x-1)^3} + \frac{4x-3}{(x+1)^2}$;
n) $\frac{3x-8}{x^3-8} + \frac{x}{x^2+2x+4}$;
o) $\sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}} + \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2}}$;
p) $\sqrt[3]{\frac{1}{x-1}} + \sqrt{\frac{1}{x-1}}$.

66. Įrodykite tapatybę:

a) $(x+y+z)(xy+yz+zx) - xyz = (x+y)(y+z)(z+x)$;
b) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) - (ax+by)^2 = (ay-bx)^2$;
c) $2(2x-a)^3 - 27a^2x = (x-2a)(4x+a)^2$;
d) $(x-y)(x+y)^3 = x(x-2y)^3 + y(2x-y)^3$;
e) $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}$;
f) $\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{c-b}{x-a} + \frac{a-c}{x-b} + \frac{b-a}{x-c}$;
g) $\left(\frac{xy+y^2}{5x^2-5xy} + xy + y^2\right) \cdot \frac{5x}{x+y} - \frac{7}{x-y} = 5xy$;
h) $\left(\frac{1}{(2a-b)^2} + \frac{2}{4a^2-b^2} + \frac{1}{(2a+b)^2}\right) \cdot \frac{4a^2+4ab+b^2}{16a} = \frac{a}{(2a-b)^2}$;
i) $\frac{4a^2-1}{a^3-a^2-a+1} : \left(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{1}{1-a} \cdot \frac{a}{a+1} - \frac{2}{a+1}\right) = a + \frac{1}{2}$;
j) $\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a-b}\right) \cdot \frac{b-a}{\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

67. Suprastinkite reiškinį:

a) $\frac{b}{b+3} + \frac{3b}{b-3} \cdot \left(\frac{3}{b^2-3b} - \frac{b-9}{9-b^2}\right)$;
b) $\left(\frac{a^2}{a^2-b^2} - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \frac{a+b}{2a-b} + \frac{a}{b-a}$;
c) $\frac{2(x-3)}{x(2-x)} + \frac{x+2}{x+6} \cdot \left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} + \frac{9}{x}\right)$;
d) $\left(\left(\frac{2}{a} - \frac{a}{4} - \frac{3}{2a}\right) : \frac{2-a}{4} - 1 - \frac{2}{a}\right) : \frac{a}{2-a}$;
e) $\left(1 - \frac{m}{n} : \left(1 + \frac{m}{n}\right) + \frac{m}{n} : \left(1 - \frac{m}{n}\right)\right) : \frac{n-m}{n+m}$;
f) $\left(\frac{a^2+4-4a}{a^2-9} : \frac{2-a}{9a+3a^2} + \frac{6a}{3-a}\right) \cdot \frac{a-3}{3a^3}$;

g) $\frac{x^2}{x^2-y^2}-\frac{x^2y}{x^2+y^2}\cdot\left(\frac{x}{xy+y^2}+\frac{y}{x^2+xy}\right)$;

h) $\frac{1}{2}-\frac{b^2-1}{b^3-b^2-b+1}:\left(\frac{b}{b^2-2b+1}-\frac{b}{1-b^2}-\frac{2}{1+b}\right)$;

i) $\frac{x^4-y^4}{4x^2-2x-y-y^2}\cdot\frac{2x+y}{x^3+x^2y+xy^2+y^3}$;

j) $\frac{6xy+6-4x-9y}{x^2-12x+36}:\frac{9y^2-12y+4}{3xy-18y-2x+12}$;

k) $\left(\frac{x-a}{1+ax}-\frac{x-b}{1+bx}\right):\left(1+\frac{(x-a)(x-b)}{(1+ax)(1+bx)}\right)$;

l) $\left(\frac{x^2}{y^2}-2+\frac{y^2}{x^2}\right)\cdot\frac{x^4y^4}{xy+y^2}\cdot\frac{\frac{x}{y}-1+\frac{y}{x}}{x^3-2x^2y+xy^2}$;

m) $\frac{1}{m+\frac{1}{n+\frac{1}{p}}}:\frac{1}{m+\frac{1}{n}}-\frac{1}{n(mnp+m+p)}$.

68. Su kokiomis kintamojo reikšmėmis teisinga lygybė:

a) $\sqrt{3x^2}=x\sqrt{3}$;

b) $\sqrt{3x^2}=-x\sqrt{3}$;

c) $\sqrt{3x^2}=-\sqrt{3}$;

d) $\sqrt{(2x-1)^2(3-x)}=(2x-1)\sqrt{3-x}$;

e) $\sqrt{(2x-1)^2(3-x)}=(1-2x)\sqrt{3-x}$;

f) $\sqrt{3m+2}\cdot\sqrt{2m-1}\cdot\sqrt{5-m}=\sqrt{(3m+2)(2m-1)(5-m)}$;

g) $\frac{\sqrt{5a+1}}{\sqrt{0,5a^5+0,1a^4}}=\frac{\sqrt{10}}{a^2}$;

h) $-\sqrt[6]{4x^2-20x+25}=\sqrt[3]{2x-5}$;

i) $\sqrt[3]{0,5x-1}\cdot\sqrt{4-x}=\sqrt[6]{(0,5x-1)^2(4-x)^3}$?

69. Suprastinkite reiškinį:

a) $\frac{3a\sqrt{a}-3a\sqrt{b}+3b\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}-\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

b) $\left(\left(\frac{a\sqrt[3]{b}}{b\sqrt{a^3}}\right)^{\frac{3}{2}}+\left(\frac{\sqrt{a}}{a\sqrt[8]{b^3}}\right)^2\right):\frac{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}{ab}$;

c) $\left(a^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}(a-x)-\frac{a+x}{a^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}$;

d) $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}-\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot\left(y^{-\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}\right)$;

e) $\left(\frac{a}{b^{\frac{5}{4}}}-\frac{a^{\frac{3}{4}}}{b}\right)\left(b^{-\frac{1}{4}}-a^{-\frac{1}{4}}\right)^{-1}$;

f) $\left(\frac{x}{y}+y^{\frac{1}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right):\left(x^{\frac{1}{2}}y^{-1}-y^{-\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)$;

g) $\left(1-2b^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{1}{2}}+\frac{b}{a}\right):\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)$;

h) $\left(\frac{\sqrt{2}}{(1-x^2)^{-1}}+\frac{2^{\frac{3}{2}}}{x^{-2}}\right):\left(\frac{x^{-2}}{1+x^{-2}}\right)^{-1}$;

i)* $\left(\frac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}}-(1-a)^{-1}\right)\cdot\frac{a^0+a(a-2)}{\frac{1}{a^{-2}}-a+1}:\sqrt{\frac{1}{(a+1)^{-2}}}$;

j) $\left(\sqrt{a}-\frac{\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{2\sqrt{ab}}{a-b}\right)$;

k) $\left(\frac{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}\right)^{-4}:\frac{a^{-1}+b^{-1}}{a+b}$;

l) $\left(\frac{m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}}-2m^{-\frac{1}{3}}}-\frac{m^{\frac{4}{3}}}{m^{\frac{4}{3}}-m^{\frac{1}{3}}}\right)\cdot\left(m-3+2m^{-1}\right)$;

m) $\left(\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}\right)^{-1}-\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2\right)\cdot(\sqrt{b})^{-1}$;

n) $\left(\frac{2+x^{\frac{1}{4}}}{2-x^{\frac{1}{4}}}-\frac{2-x^{\frac{1}{4}}}{2+x^{\frac{1}{4}}}\right)\cdot\frac{4-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}}$.

70. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $\left(\frac{a^2-2}{a^2-9}+\frac{2}{a+3}\right)\cdot\frac{a-3}{a-2}$, kai $a=0{,}2$;

b) $\frac{1}{a^2}+\frac{a+12}{a^3-9a}:\left(\frac{a-3}{2a^2+5a-3}-\frac{9}{9-a^2}\right)$, kai $a=0{,}25$;

c) $\left(\frac{1}{5a+25}+\frac{1}{a^2-5a}-\frac{2}{25-a^2}\right)\cdot\frac{a-5}{a+5}-\frac{4}{5a}$, kai $a=\frac{1}{5}$;

d) $\frac{y}{y-3x}+\left(\frac{x^2+3x}{9x^2-y^2}-\frac{1}{3x+y}\right)\cdot\frac{9x^2+3xy}{x^2+y}$, kai $x=0{,}251$, $y=0{,}749$;

e) $\left(\frac{a+c}{a^3c+a^2-ac-1}+\frac{ac+1}{1-a^2}:(a+c)\right)\cdot\frac{a^3+c^3}{3(1-c^2)}$, kai $a=\sqrt{3}+1$, $c=2-\sqrt{3}$;

f) $\frac{\left(x^{\frac{3}{4}}-y^{\frac{3}{4}}\right)\left(x^{\frac{3}{4}}+y^{\frac{3}{4}}\right)}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}-(xy)^{\frac{1}{2}}$, kai $x=5{,}42$, $y=2{,}78$;

g) $\frac{x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}}-\frac{x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{x+y}$, kai $x=90$, $y=27$;

h) $a^{\frac{5}{3}}-\frac{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{3}}+a^{-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{4}}}\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$, kai $a=\frac{1}{8}$, $b=16$;

i) $\left(\frac{m\sqrt{m}-n\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}+\sqrt{mn}\right):\left(\sqrt{m}+\sqrt{n}\right)$, kai $m=625$, $n=529$;

j) $\frac{a+\sqrt[4]{a^3b^2}+b\sqrt[4]{ab^2}+b^2}{\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt{b}\right)^2}$, kai $a=0{,}0625$, $b=1$;

k) $\left(\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}\right)\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$, kai $a=16$, $b=81$;

l) $\frac{m^{\frac{2}{3}}+2m^{\frac{1}{3}}-16m^{-\frac{2}{3}}-32m^{-1}}{\left(m^{\frac{1}{6}}+4m^{-\frac{1}{6}}+4m^{-\frac{1}{2}}\right)\left(m^{\frac{1}{3}}-2\right)}$, kai $m=64$.

71. Suprastinkite reiškinį, užrašydami jį be modulio ženklo:

a) $|x|+x-|x-1|$;

b) $\frac{|x+1|-|x-1|}{|x|}$;

c) $|(x+1)x|+x-1$;

d) $\frac{x-2}{|x^2-4|}$;

e) $\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x-4)^2}$;

f) $\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt[3]{(b-a)^3}$;

g) $\sqrt[4]{(x-1)^4}+x\sqrt[3]{(1-x)^3}$;

h) $\sqrt{(x^2-1)^2}+\sqrt{x^2}$.

1.4. LYGTYS IR NELYGYBĖS

72. Nustatykite lygties apibrėžimo sritį:

a) $\frac{2x-5}{3-x} = 0$; b) $\frac{3}{2x+3} = \frac{x-3}{3x+2}$;

c) $\frac{x^2-x+2}{x^2-5x+6} = 0$; d) $\frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x^2-4} = \frac{x-1}{x+1}$;

e) $\frac{x^2-x}{x(x-1)} = \frac{x+2x^2-1}{x^2(x+1)}$; f) $\frac{65}{1-x^3} + \frac{17x-10}{x^2+x+1} = \frac{25}{x-1}$;

g) $\frac{x-2}{x^2-x-2} + \frac{x-7}{x^2-5x-14} = 0$; h) $\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2 = \left(\frac{5x}{4-x^2}\right)^2$;

i) $\frac{2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{1}{2}$; j) $\frac{3}{x^3-8} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x+2}$.

73. Nustatykite, ar ekvivalenčios lygtys:

a) $3 - 4x = 5x + 3$ ir $3 - 4x + \frac{1}{x} = 5x + 3 + \frac{1}{x}$;

b) $\frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1}{2}$ ir $2x^2 = x^2 + 1$;

c) $x^2 + 2x + 1 = 0$ ir $x + 1 = 0$;

d) $\frac{x^2}{x-1} = 2x$ ir $\frac{x}{x-1} = 2$;

e) $\frac{x^2-4}{x-2} = -2$ ir $x + 2 = -2$;

f) $\frac{x^2-4}{x-2} = 4$ ir $x + 2 = 4$;

g) $\frac{2-x}{x^2-5x+6} = \frac{1}{2}$ ir $x^2 - 3x + 2 = 0$;

h) $\frac{x+1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{4}$ ir $x^2 - x - 2 = 0$;

i) $\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{1}{5}$ ir $\sqrt{x} = \frac{x+1}{5}$;

j) $\frac{\sqrt{x-1}}{x} = \frac{2}{x}$ ir $\sqrt{x-1} = 2$.

74. Išspręskite lygtį:

a) $\frac{2x-3}{12} - \frac{5x-11}{2} = \frac{x+3}{6} - \frac{x+2}{3}$; b) $\frac{3x+5}{4} - \frac{2x-6}{3} = \frac{x-3}{2} - \frac{3x-2}{6}$;

c) $\frac{x^2-6}{x+5} = \frac{4x-1}{x+5}$; d) $\frac{x^2-5}{x-4} = \frac{13-6x}{4-x}$;

e) $\frac{3x+13}{x+1} - 4 = \frac{x+11}{x^2-1}$; f) $x - 2 = \frac{4x-14}{x-3}$;

g) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x} = 3$; h) $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$;

i) $\frac{4}{x^2+4} + \frac{5}{x^2+5} = 2$; j) $\frac{3x+2}{x} + \frac{5x}{2(3x+2)} = \frac{7}{2}$;

k) $\frac{1}{x-3} + \frac{4}{x+1} = \frac{4}{x^2-2x-3}$; l) $\frac{1-x}{(2-x)(x-3)} + 1 = \frac{1}{2-x}$;

m) $\frac{x^3+64}{16+4x} = 11 - \frac{x}{4}$; n) $\frac{x-2}{x^2-x-2} + \frac{x-7}{x^2-5x-14} = 0$;

o) $\frac{-2x^2+8x-3}{x(x-1)} = \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x^2-x}$; p) $\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+6}{x+2} + \frac{x-6}{x-2}$.

75. Išspręskite lygtį su parametru a:

a) $(a + 2)x = a - 1$; b) $ax = a(a - 2)$;

c) $(a^2 - 4)x = a$; d) $(a^2 - 2a + 1)x = a^2 + 2a - 3$;

e) $(a^3 - a^2 - 4a + 4)x = a - 1$; f) $(2a^3 - a^2 - 2a + 1)x = (2a - 1)(a + 1)$.

76. Su kuriomis parametro p reikšmėmis lygtis turi vieną sprendinį:

a) $x^2 + \frac{2x}{p} + \frac{1}{p} = 0$;

b) $px^2 + 2x - 2 + 3p = 0$;

c) $(p + 2)x^2 - 2(p + 5)x + p + 9 = 0$;

d) $(p + 3)x^2 - 6x + p - 5 = 0$;

e) $(1 - p)x^2 - (2p - 1)x + 1 - p = 0$;

f) $x^2 - (8p - 2)x + 15p^2 - 2p - 7 = 0$;

g) $(p - 1)x^2 - 2(p - 1)x + 3p - 3 = 0$;

h) $(p + 1)x^2 - 2(p + 1)x + p - 1 = 0$?

77. Su kuriomis m reikšmėmis lygties sprendinių moduliai lygūs, o patys sprendiniai yra priešingų ženklų:

a) $x^2 + (3m - 5)x - 4 = 0$;
b) $x^2 + (2m - 3)x - 2 = 0$;
c) $3x^2 + (2m + 5)x - 3 = 0$;
d) $5x^2 - (4 - 3m)x - 8 = 0$;
e) $x^2 + (m^2 - 5m + 6)x - 5 = 0$;
f) $x^2 - (m^2 + m - 2)x - 1 = 0$;
g) $7x^2 + (2m^2 - m - 1)x - 7 = 0$;
h) $-3x^2 + (6m^2 - 5m + 1)x - 3 = 0$?

78. Raskite lygties sprendinių kvadratų sumą ir kubų sumą:

a) $x^2 - 3x - 5 = 0$;
b) $x^2 - 4x + 1 = 0$;
c) $2x^2 - 2x - 1 = 0$;
d) $3x^2 - 7x + 2 = 0$;
e) $0{,}5x^2 + x - 3 = 0$;
f) $\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{1}{3} = 0$;
g) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$;
h) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{2}{5} = 0$.

79. Su kuriomis parametro a reikšmėmis lygties sprendinių suma lygi jų sandaugai:

a) $x^2 - 2ax + a^2 - 2a - 5 = 0$;

b) $x^2 + ax + a^2 - 5a + 3 = 0$;

c) $x^2 - 3ax + 2a^2 - 2a + 2 = 0$;

d) $x^2 + 2ax + 3a^2 + 2a + 1 = 0$;

e) $x^2 + (5a^2 - 6a)x + 5a^2 - 3a + 2 = 0$;

f) $x^2 + (6a^2 + a)x + 6a^2 - 1 = 0$;

g) $3x^2 - (2a^2 - 4a + 1)x - a^2 = 0$;

h) $6x^2 - (5a^2 + 2a - 1)x - a^2 + a = 0$?

80. Išspręskite lygtį:

a) $x^3 + x^2 - 2x = 0$;
b) $x^3 - x = 0$;
c) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$;
d) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$;
e) $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$;
f) $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$;
g) $3x^3 + 9x^2 + x + 3 = 0$;
h) $x^5 - x^3 + 8x^2 - 8 = 0$;
i) $x^4 - 12x^2 + 36 = 0$;
j) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$;
k) $\frac{x^3 - x}{x - 1} = 0$;
l) $\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x - 1} = 0$;
m) $\frac{(x-1)(x-2)}{x^3 - x^2 + x - 1} = 0$;
n) $\frac{x - 2}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4} = 0$.

81. Išspręskite lygtį:

a) $12x^4 + x^2 - 6 = 0$;
b) $x^4 + 12x^2 + 32 = 0$;
c) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$;
d) $18x^4 - 11x^2 + 1 = 0$;
e) $(x+2)^4 + 4(x+2)^2 - 5 = 0$;
f) $6(x-1)^4 - (x-1)^2 - 15 = 0$;
g) $(2x-1)^4 - 17(2x-1)^2 + 16 = 0$;
h) $(1-3x)^4 - 50(1-3x)^2 + 49 = 0$;
i) $(x^2-8)^2 + 4(x^2-8) - 5 = 0$;
j) $(x^2+6x)^2 + 8(x^2+6x) - 9 = 0$;
k) $(x^2-5x)^2 + 10(x^2-5x) + 24 = 0$;
l) $(x^2-2x)^2 - (x-1)^2 + 1 = 0$;
m) $(x^2+x+1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$;
n) $(2x-x^2)^2 - 7x^2 + 14x = 30$;
o) $(x - \frac{1}{x})^2 - 3(x - \frac{1}{x}) - 4 = 0$;
p) $\frac{1}{x^2+2x-3} + \frac{18}{x^2+2x+2} = \frac{18}{x^2+2x+1}$;
r) $\frac{1}{x^3+2} - \frac{1}{x^3+3} = \frac{1}{12}$;
s) $(x-2)^6 + 15(x-2)^3 = 216$;
t) $(x^2+3x+1)(x^2+3x+3) = 8$;
u) $(2x^2+3x-2)(5-6x-4x^2) = -5(2x^2+3x+2)$.

82. Išspręskite lygtį:

a) $5 - \sqrt{6-x} = 7$;
b) $4 - \sqrt{x-2} = 5$;
c) $3 + \sqrt{x-2} = 4$;
d) $6 - \sqrt{6-x} = 5$;
e) $\sqrt{x+3} = 9 - x$;
f) $5\sqrt{x-2} = x + 2$;
g) $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+6} = 6$;
h) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-1} = 1$;
i) $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+24} = 14$;
j) $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-4} = 5$;
k) $\sqrt{17 - \sqrt{x-8}} = 4$;
l) $\sqrt{16 + \sqrt{x+4}} = 5$;
m) $\sqrt{5 + \sqrt{x-4}} = 3$;
n) $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$;
o) $\sqrt{3x-3} + \sqrt{5x-19} = \sqrt{3x+4}$;
p) $x - 6 - \sqrt{x} = 0$;
r) $x + 5\sqrt{x} - 6 = 0$;
s) $(x^2+5x)\sqrt{x-3} = 0$;
t) $(x^2-4)\sqrt{x+1} = 0$;
u) $(x^2+x)\sqrt{x-1} = 0$;
v) $\sqrt{x^2-5x+6}(x^2-2x-1) = 0$;
z) $(x^2-6x+5)\sqrt{16-x^2} = 0$.

83. Išspręskite lygtį:

a) $\frac{3\sqrt{x}-4}{4(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x}-5}{4\sqrt{x}-9}$;
b) $\frac{3\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}+3}{3\sqrt{x}-2}$;
c) $\frac{\sqrt{3x+4}}{2} + \frac{8}{\sqrt{3x+4}} = 4$;
d) $\sqrt{2x+1} + \frac{3}{\sqrt{2x+1}} = 4$;
e) $\sqrt{8x+1} - \sqrt{2x-2} = \sqrt{7x+4} - \sqrt{3x-5}$;
f) $\sqrt{x + \sqrt{x+11}} + \sqrt{x - \sqrt{x+11}} = 4$;
g) $\sqrt{x - \sqrt{x-2}} + \sqrt{x + \sqrt{x-2}} = 3$;
h) $\sqrt{1 + x\sqrt{x^2+12}} = 1 + x$;

i) $x+2-\sqrt{4+x\sqrt{36+x^2}}=0$;

j) $\sqrt{\frac{x+3}{x-5}}-2\sqrt{\frac{x-5}{x+3}}=\frac{7}{3}$;

k) $\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}-\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}=\frac{5}{6}$;

l) $\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{x-1}=2$;

m) $\sqrt[3]{x+6}-\sqrt[3]{x-2}=2$;

n) $\sqrt[3]{12-x}+\sqrt[3]{x+14}=2$.

84. Įrodykite, kad su visais a, b teisinga nelygybė:

a) $(a^2-b^2)^2 \geqslant 4ab(a-b)^2$; b) $3a^2-4ab+4b^2 \geqslant 0$;

c) $2a^2+2b^2 \geqslant (a+b)^2$; d) $a^4+b^4 \geqslant a^3b+ab^3$.

85. Įrodykite, kad su visais a, b, c teisinga nelygybė:

a) $a^2+b^2+c^2 \geqslant ab+ac+bc$; b) $2a^2+b^2+c^2 \geqslant 2a(b+c)$.

86. Įrodykite, kad teisinga nelygybė:

a) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geqslant 2$, kai $ab>0$;

b) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \leqslant -2$, kai $ab<0$;

c) $ab+1<a+b$, kai $a>1, b<1$;

d) $(a^2-b^2)^2 \geqslant (a-b)^4$, kai $ab \geqslant 0$;

e) $(a^2-b^2)^2 \leqslant (a-b)^4$, kai $ab \leqslant 0$;

f) $(a+b)^3 \leqslant 4(a^3+b^3)$, kai $a \geqslant 0, b \geqslant 0$;

g) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \leqslant \frac{a}{b^2}+\frac{b}{a^2}$, kai $a>0, b>0$;

h) $\frac{a+b}{a^2+b^2} \geqslant \frac{a^2+b^2}{a^3+b^3}$, kai $a>0, b>0$.

87. Įrodykite, kad su visais $x \in \boldsymbol{R}$ teisinga nelygybė:

a) $x^2+3>2x$; b) $(x+2)(x-5)>(x+4)(x-7)$;

c) $(x-8)(x+2)<(x+1)(x-7)$; d) $x(x-6)<(x-3)^2$;

e) $\frac{(x+2)^2}{4} \geqslant x+1$; f) $(x+1)(3-x)<5$;

g) $\frac{x}{x^2+x+1} \leqslant \frac{1}{3}$; h) $\frac{x}{x^2-4x+9} \leqslant \frac{1}{2}$;

i) $\frac{x}{9x^2-9x+4} \leqslant \frac{1}{3}$; j) $x^2+\frac{1}{x^2} \geqslant x+\frac{1}{x}$;

k) $\frac{x^4+16}{x^2+4} \geqslant 2x$; l) $\frac{x^2}{1+x^4} \leqslant \frac{1}{2}$;

m) $x^2-4x+5 \geqslant 2|x-2|$; n) $x^2-2x+10 \geqslant 6|x-1|$.

88. Išspręskite nelygybę:

a) $\frac{x+4}{5}-\frac{3x-1}{2}\leqslant 2(x-1)$;

b) $\frac{4-5x}{3}<\frac{7x+1}{12}-2x$;

c) $x-\frac{x-3}{5}+\frac{2x-1}{10}\leqslant 4$;

d) $\frac{-x-2}{6}-3\left(2x-\frac{5-2(x-1)}{4}\right)>x+2\frac{3}{4}$;

e) $5(x-2)\leqslant\frac{9(x-2)}{2}-3(2x-6)+\frac{1}{2}$;

f) $\frac{1}{9}(2x+15)>\frac{1}{5}(x-1)+\frac{1}{3}x$;

g) $x^2+2x-3\leqslant x+3$;

h) $x^2-3x+2>2x-4$;

i) $3x-(x-1)^2<x^2+1$;

j) $(x-2)^2-x\geqslant x-5$;

k) $x(x-1)-\frac{(x-4)^2}{4}>\frac{5}{2}x+2$;

l) $\left(\frac{2x+9}{3}\right)^2-\left(\frac{12-x}{4}\right)^2\geqslant 0$;

m) $\left(\frac{x-20}{2}\right)^2\leqslant\left(\frac{9x-5}{3}\right)^2$;

n) $\frac{1}{x+2}\geqslant\frac{1}{x-3}$;

o) $\frac{2}{2x-3}<\frac{1}{x-3}$;

p) $\frac{5-x}{x^2-x-6}\leqslant 0$;

r) $\frac{x^2-4}{x^2-3x-4}\geqslant 0$;

s) $\frac{x^2-7x-8}{x^2-6x+15}<0$;

t) $\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}\geqslant 1$;

u) $\frac{x^2+12}{x^2-2x-8}\leqslant 1$;

v) $\frac{3x^2-2x-1}{2x^2+5x+3}\leqslant\frac{2x^2-3x+1}{3x^2+7x+4}$;

z) $\frac{5x^2+x-4}{3x^2-2x-1}+\frac{3x^2+4x+1}{4x^2-5x+1}\geqslant 0$.

89. Su kuriomis a reikšmėmis lygtis turi du sprendinius:

a) $ax^2+2x+a=0$;

b) $(a-2)x^2+x-a+2=0$;

c) $(a+1)x^2+2x+3a+1=0$;

d) $ax^2-2(a+3)x+a+7=0$;

e) $(a+4)x^2-6x-4+a=0$;

f) $4x^2-8(2a-1)x+15a^2-4a-28=0$;

g) $(2-a)x^2-2(a-1)x+2-a=0$;

h) $(2a+1)x^2-2(2a+1)x+2a-1=0$?

90. Su kuriomis b reikšmėmis lygtis neturi sprendinių:

a) $(b+3)x^2+2x+b=-3$;

b) $(b-4)x^2+2x+4=b$;

c) $(6-b)x^2-2(b-3)x+6=b$;

d) $12x^2-8(2b-3)x+5b^2-4b-84=0$?

91. Išspręskite lygčių su vienu nežinomuoju sistemą:

a) $\begin{cases}(x-2)(x^2-4x+3)=0,\\(x+1)(x^2-x-6)=0;\end{cases}$

b) $\begin{cases}(x+2)(x^2+x+1)=0,\\x^3+3x^2+2x=0;\end{cases}$

c) $\begin{cases}x^3-8=0,\\(x-1)(x^2-4)=0;\end{cases}$

d) $\begin{cases}x^3-x^2+x-1=0,\\x^4-1=0.\end{cases}$

92. Išspręskite nelygybių su vienu nežinomuoju sistemą:

a) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x}{2} < 2 - \frac{x+5}{2}, \\ 1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} < 3x - \frac{x+1}{4}; \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{3,5x-5}{3} - \frac{3x-1}{4} + \frac{x}{2} \leqslant \frac{1}{2} - x, \\ \frac{2x-1}{2} + 2 - \frac{x-1}{3} > 2 - \frac{x}{3}; \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x^2 + x - 15 < 0, \\ 3x < x - 2; \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x^2 + 4x - 3 \leqslant 0, \\ 4(x-1) - \frac{1}{2} < -8\frac{1}{2}; \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 - 2x \leqslant 2 - x, \\ 2x^2 - 7x + 3 < 0; \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x + 3 \geqslant x^2, \\ 3x^2 - 4x + 4 > 4x; \end{cases}$

g) $\begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x-3} \leqslant 0, \\ \frac{x}{2x-5} \leqslant 0; \end{cases}$ h) $\begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x^2-x-12} \geqslant 0, \\ \frac{x(x-2)}{x-3} < 0. \end{cases}$

93. Išspręskite nelygybę:

a) $-1 < \frac{2x-5}{x-3} < 2;$ b) $-2 < \frac{3x+1}{x-2} < 3;$ c) $-1 < \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x-8} < 1;$

d) $-1 < \frac{x^2+2x+3}{x^2+2x-3} < 1;$ e) $-2 < \frac{x^2-4}{x^2-6x+8} < 1;$ f) $-1 < \frac{4x^2-16x+17}{4x^2-9} < 1.$

94. Išspręskite lygtį:

a) $|x-1| + |2x-3| = 2;$ b) $|x-4| - |2-x| = -2;$

c) $|x-3| + 2|x+1| = 4;$ d) $|3x-8| - |3x-2| = 6;$

e) $|x| + |x-7| + 2|x-4| = 2;$ f) $|x-1| - 2|x-2| + 3|x-3| = 4;$

g) $\frac{|x-2|}{|x-1|-1} = 1;$ h) $\frac{|x|}{|x+2|-3} = 2;$

i) $|x^2 - x - 2| = 2x^2 + 3x + 1;$ j) $|x^2 + 2x - 3| = x^2 - 2x + 1.$

95. Išspręskite nelygybę:

a) $|4x+1| < 3;$ b) $|x + 3\frac{1}{2}| > 6;$

c) $x^2 + |6x - 24| \leqslant 16;$ d) $x^2 - |5x - 9| \leqslant 5x;$

e) $2|x-4| + |3x+5| \geqslant 16;$ f) $|2x+3| + |x-2| \geqslant 4;$

g) $|x^2 + 4x| \geqslant 1 - 2x;$ h) $|x^2 - 2x - 8| > 2x;$

i) $\left|\frac{2x+3}{3x-2}\right| > 1;$ j) $\left|\frac{2x-1}{x-1}\right| > 2;$

k) $|x+2| - |x-1| + |x-3| < 4;$ l) $|x^2 - 2x - 3| + 2|x-2| < 5;$

m) $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(3-x)^2} > 4;$ n) $\sqrt{(5-x)^2} - \sqrt{(x-3)^2} < -4;$

o) $\frac{3}{|x+3|-1} \geqslant \sqrt{(x+2)^2};$ p) $\frac{4}{\sqrt{(x+1)^2-2}} \geqslant |x-1|.$

96. Su kuriomis p reikšmėmis nelygybė teisinga su visais realiaisiais x:

a) $(3p+1)x - p(4+x^2) \geqslant 0;$ b) $\frac{x^2+px-1}{2x^2-2x+3} < 1;$

c) $px^2 - 2(p-1)x + p + 2 < 0;$ d) $x^2 - (p+2)x + 8p + 1 > 0;$

e) $\frac{x^2}{24} + px - p + 1 > 0;$ f) $px^2 + 4x + p + 3 < 0;$

g) $px^2 - 4px - 3 \leqslant 0;$ h) $(4-p^2)x^2 + 2(p+2)x - 1 > 0?$

97. Išspręskite nelygybę:

a) $5x - a > ax + 3$;
b) $a(3 - x) \geqslant 3x + a$;
c) $a(2x - 1) < ax + 5$;
d) $3(2a + x) > 1 - ax$;
e) $x^2 - ax + 3 \leqslant 0$;
f) $x^2 + 2x - a > 0$.

98. Įrodykite, kad lygtis neturi sprendinių:

a) $\sqrt{x-1} + \sqrt{-x} = x - 2$;

b) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} = x$;

c) $\sqrt{-x^2 - x + 6} - \sqrt{x - x^2} = 2x^2 - x + 1$;

d) $\sqrt{-2x^2 - x + 1} - \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = x^2 - x$;

e) $\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} + 2\sqrt{-x^2 - 3x - 2} = 3$;

f) $\sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)} - 3\sqrt{-16x^2 - 48x + 35} = 7$.

99. Išspręskite lygčių su dviem nežinomaisiais sistemą:

a) $\begin{cases} -x + 2y = 1, \\ 3x - 5y = -4; \end{cases}$
b) $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ 3y - 2x = 4; \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, \\ x + y = 4; \end{cases}$
d) $\begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}, \\ x - y = 1; \end{cases}$

e) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 16, \\ y = x^2 - 4; \end{cases}$
f) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ y(x + 5y) = 3; \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^3 + y^3 = 28; \end{cases}$
h) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7, \\ x + y = 5; \end{cases}$

i) $\begin{cases} x^2 - 5y^2 + 4xy = 0, \\ x^2 - 8y^2 - 7xy = 52; \end{cases}$
j) $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 3, \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 6; \end{cases}$

k) $\begin{cases} (x - y)xy = 30, \\ (x + y)xy = 120; \end{cases}$
l) $\begin{cases} y^2 - xy = -12, \\ x^2 - xy = 28; \end{cases}$

m) $\begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x+y} = \frac{10}{3}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases}$
n) $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{26}{5}, \\ xy = 6; \end{cases}$

o) $\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{y+1} = \frac{7}{6}, \\ \frac{3}{x-1} - \frac{1}{y+1} = \frac{7}{6}; \end{cases}$
p) $\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 9, \\ \frac{(x+y)x}{y} = 20; \end{cases}$

r) $\begin{cases} (x - y)(x^2 + y^2) = 5, \\ (x + y)(x^2 - y^2) = 9; \end{cases}$
s) $\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{4}{x-y} = 3, \\ (x + y)^2 + (x - y)^2 = 20; \end{cases}$

t) $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{3}{4}, \\ 7(x + \frac{1}{x}) - 2(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 9; \end{cases}$
u) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{2}} + \sqrt{\frac{x-y}{3}} = 14, \\ \sqrt{\frac{x+y}{8}} - \sqrt{\frac{x-y}{12}} = 3; \end{cases}$

v) $\begin{cases} |y - 8| = 1, \\ y + x = \frac{3x-y}{4}; \end{cases}$
z) $\begin{cases} y + |x + 1| = 1, \\ |y - x| = 5. \end{cases}$

100. Su kuriomis p reikšmėmis lygčių sistema neturi sprendinių; turi vieną sprendinį; turi be galo daug sprendinių:

a) $\begin{cases} -8x - 5y = 3, \\ px + 12y = 2; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + py = 5, \\ 3x + 9y = 7; \end{cases}$

c) $\begin{cases} (p+1)x - (p+3)y = 4, \\ x - (p+1)y = 2; \end{cases}$ d) $\begin{cases} (p+2)x - 2y = p + 2, \\ 2x - (p+5)y = 2; \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + (4+p)y = 3, \\ (5+p)x + 6y = 11 + p; \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2(p+1)x + 2y = 10, \\ 5(p-3)x + y = 17? \end{cases}$

101. Su kuriomis a reikšmėmis lygčių sistema neturi sprendinių; turi vieną sprendinį; turi daugiau negu vieną sprendinį:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = a; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2y^2 + a^2 = 4x^2, \\ 3a = 8x + 2y; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a + 3, \\ xy = a + 1; \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(2a + 3), \\ xy = -(2a + 1)? \end{cases}$

102. Statinė pripildoma vandens per 12 min, o visas vanduo iš pilnos statinės per čiaupą išbėga per 20 min. Per kiek laiko prisipildys tuščia statinė, jeigu jos čiaupas bus atsuktas?

103. Tvarkant miesto aplinką 60 tonų statybinėms atliekoms išvežti užsakytas tam tikras kiekis automašinų. Tačiau į kiekvieną automašiną tilpo po 0,5 tonos atliekų mažiau negu buvo tikėtasi, todėl prireikė dar 4 papildomų automašinų. Kiek automašinų buvo užsakyta iš pradžių?

104. Darbininkų brigada pagal sutartį turėjo pagaminti 360 spynelių. Kasdien pagamindama po 4 spyneles daugiau negu buvo numatyta, brigada užduotį atliko viena diena anksčiau. Per kiek dienų brigada įvykdė užduotį?

105. Kasant baseiną po dviejų valandų darbo pirmąjį ekskavatorių pakeitė kitas, kuris, padirbėjęs dar 3 h, darbą užbaigė. Per kiek laiko iškastų baseiną abu ekskavatoriai dirbdami kartu, jeigu dirbdamas vienas antrasis ekskavatorius baseiną iškastų 4 h greičiau negu pirmasis?

106. Turistinis laivas per 8 valandas nuplaukė upe 120 km pasroviui ir sugrįžo atgal. Koks laivo savasis greitis, jeigu upės tėkmės greitis 8 km/h?

107. Apskritimo formos trasos ilgis 1,2 km. Du dviratininkai pastoviais greičiais važiuoja trasa. Važiuodami vienas prieš kitą dviratininkai susitinka kas 2 minutės, o važiuodami ta pačia kryptimi vienas aplenkia kitą kas 8 minutės. Kokie dviratininkų greičiai?

108. Dviratininkas per minutę nuvažiuoja 500 metrų mažiau negu motociklininkas. Todėl nuvažiuoti 120 km dviratininkui reikia 2 h daugiau laiko negu motociklininkui. Apskaičiuokite dviratininko ir motociklininko greičius.

109. Kiek litrų vandens reikia įpilti į 5% koncentracijos 20 litrų druskos tirpalą, kad tirpalo koncentracija būtų 4%?

110. Inde yra 32% koncentracijos rūgšties tirpalas. Iš indo išpilta $\frac{3}{4}$ tirpalo ir įpiltas toks pat kiekis vandens. Kokia gautojo tirpalo koncentracija?

111. Vanduo sudaro $\frac{7}{10}$ šviežiai nupjautos žolės masės ir $\frac{1}{10}$ šieno masės. Kiek tonų žolės reikia nupjauti norint paruošti 1 t šieno?

112. Ūkininkas grūdų derlių laiko trijuose sandėliuose. Pardavimui jis iš pirmojo sandėlio paėmė $\frac{3}{4}$ čia laikomų grūdų, iš antrojo — pusę, o iš trečiojo — visus. Trečiajame sandėlyje buvo laikoma $\frac{1}{10}$ viso derliaus. Kiek procentų grūdų ūkininkas pardavė, jeigu jų iš viso liko perpus mažiau, negu buvo pirmajame sandėlyje?

113. Paprastosios trupmenos vardiklio ir skaitiklio kubo skirtumas lygus 1. Jeigu prie trupmenos skaitiklio pridėtume 1, o vardiklio nekeistume, tai gautume trupmeną, kuri didesnė už $\frac{1}{8}$. Jeigu prie skaitiklio pridėtume 3, o prie vardiklio 2, tai gautoji trupmena būtų mažesnė už $\frac{1}{4}$. Kokia pradinė trupmena?

114. Indėlininkas iš banko pasiėmė iš pradžių ketvirtadalį indėlio, po to — $\frac{4}{9}$ likusios sumos, o po to — dar 640 Lt. Po šių trijų operacijų sąskaitoje liko $\frac{3}{20}$ viso indėlio. Koks buvo pradinis indėlis?

115. Prasidedant mokslo metams į knygyną buvo atvežti fizikos ir matematikos vadovėliai. Parduota 390 knygų: 50% matematikos vadovėlių ir 20% fizikos vadovėlių. Neparduotų matematikos vadovėlių liko 3 kartus daugiau negu fizikos. Kiek matematikos ir fizikos vadovėlių buvo atvežta į knygyną?

116. Pirmaisiais metais iš dviejų bandomųjų sklypų iš viso buvo gautas 14,7 cnt kviečių derlius. Kitais metais, pritaikius naujus agrochemijos metodus, pirmame sklype derlius padidėjo 80%, antrame — 24%, o iš viso buvo prikulta 21,42 cnt kviečių. Koks kviečių derlius buvo gautas iš pirmojo ir iš antrojo sklypo antraisiais metais?

117. Medžioklinis parakas sudarytas iš salietros, sieros ir anglies. Sieros ir salietros masių santykis turi būti 0,2 : 1,3, o anglies masė turi sudaryti $11\frac{1}{9}$ % sieros ir salietros bendros masės. Kiek kilogramų salietros, sieros ir anglies reikia norint pagaminti 25 kg parako?

2. VEKTORIAI

2.1. VEKTORIAI IR JŲ VEIKSMAI

1. Nubraižykite lygiakraštį trikampį ABC, pažymėkite jo pusiaukraštinių susikirtimo tašką O. Atidėkite vektorių $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ iš taškų A, B, C.

2. Pažymėkite plokštumoje tris skirtingus taškus A, B, O, kad būtų teisinga lygybė $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO}$. Kur yra taškas O?

3. Kvadrato $ABCD$ kraštinėse pažymėkite visus nenulinius vektorius, kurių pradžios ir galo taškai yra kvadrato viršūnės. Surašykite:

a) visus pažymėtuosius vektorius; b) kolinearius vektorius;
c) vienakrypčius vektorius; d) priešpriešius vektorius;
e) lygius vektorius.

4. Nubraižykite lygiagretainį $ABCD$ ir jo įstrižaines. Pažymėkite nenulinius vektorius, imdami lygiagretainio viršūnių taškus vektorių pradžios ir galo taškais. Kiek galima sudaryti:

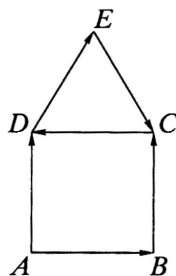
a) iš viso vektorių; b) lygių vektorių porų?

5. Ar gali būti lygūs vektoriai $\overrightarrow{MN}$ ir $\overrightarrow{NM}$?

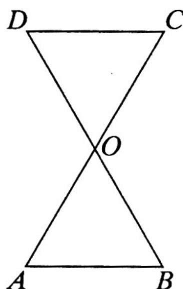
6. Ne vienoje tiesėje esantys vektoriai $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{CD}$ yra lygūs. Įrodykite, kad lygūs vektoriai $\overrightarrow{AC}$ ir $\overrightarrow{BD}$.

7. Stačiakampio $ABCD$ kraštinių ilgiai: $AB = 5\,\text{cm}$, $AD = 12\,\text{cm}$. Raskite vektorių $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ ilgius.

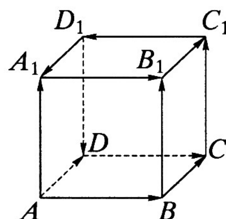
8. Pavaizduota figūra sudaryta iš kvadrato $ABCD$ ir lygiakraščio trikampio DCE. Iš pažymėtųjų vektorių surašykite:
a) vienakrypčius vektorius;
b) priešpriešius vektorius;
c) lygius vektorius;
d) vienodo ilgio vektorius.



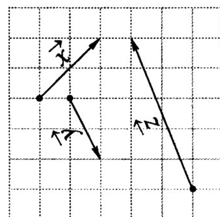
9. Pavaizduota figūra sudaryta iš dviejų lygių lygiakraščių trikampių, kurių vieno kraštinės yra kito trikampio kraštinių tęsiniai. Iš visų vektorių, kurių galai yra taškuose A, B, C, D, O, atrinkite:
a) kolinearius vektorius;
b) lygius vektorius.



10. Kiekvienoje kubo $ABCDA_1B_1C_1D_1$ briaunoje pavaizduota po vieną vektorių. Surašykite:
a) priešpriešius vektorius;
b) lygius vektorius.



11. Duoti vektoriai $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$.
Nubraižykite:
a) $\vec{x}+\vec{y}$;
b) $\vec{x}+\vec{z}$;
c) $\vec{y}+\vec{z}$;
d) $\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}$.

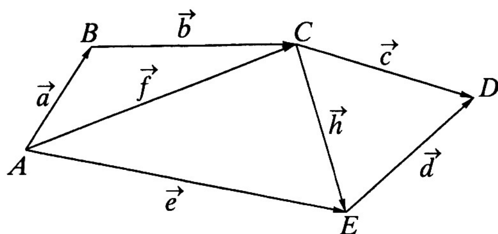


12. Sudėkite vektorius:
a) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MM}$; b) $\overrightarrow{AA}+\overrightarrow{BB}$; c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}$.

13. Žinoma, kad vieno vektoriaus ilgis yra a, o kito b $(a > b)$. Kokia galima didžiausia šių vektorių sumos ilgio reikšmė? Kokia galima mažiausia šių vektorių sumos ilgio reikšmė?

14. Nubraižykite tris nenulinius vektorius $\vec{a}$, $\vec{b}$ ir $\vec{a}+\vec{b}$, tenkinančius sąlygą: $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$.

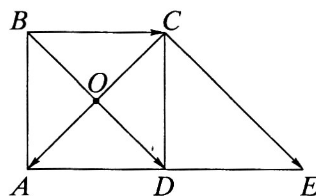
15. Iš brėžinio nustatykite, kurių vektorių suma yra vektorius:
a) $\vec{f}$; b) $\vec{c}$; c) $\vec{e}$; d) $\overrightarrow{AD}$.



16. Lygiagretainio $ABCD$ įstrižainės susikerta taške M. Ar teisinga lygybė:

a) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MC}$;
b) $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{DM}$;
c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$;
d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}$;
e) $\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}$;
f) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}$;
g) $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$;
h) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$;
i) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$?

17. Duota: $ABCD$ — kvadratas,
$BCED$ — lygiagretainis.
Įrodyti: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CE}$.



18. Lygiagretainio $ABCD$ įstrižainės susikerta taške O.

a) Įrodykite, kad $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

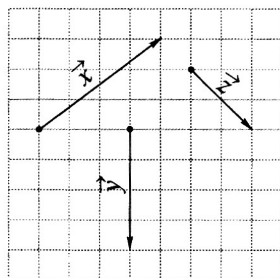
b) Raskite vektorių $\overrightarrow{OD}$ ir $\overrightarrow{OA}$ sumą.

c) Raskite vektorių $\overrightarrow{AC}$ ir $\overrightarrow{DB}$ sumą.

19. Plokštumoje duoti keturi skirtingi taškai A, B, C, D. Vektorių $\overrightarrow{AB}$ išreikškite visais galimais būdais:
a) dviejų nenulinių vektorių suma; b) trijų nenulinių vektorių suma.
Dėmenimis galima imti vektorius, kurių galai yra kurie nors duotieji taškai.

20*. Plokštumoje duoti penki skirtingi taškai A, B, C, D, E. Vektorių $\overrightarrow{AB}$ išreikškite visais galimais būdais:
a) dviejų nenulinių vektorių suma; b) trijų nenulinių vektorių suma.
Dėmenimis galima imti vektorius, kurių galai yra kurie nors duotieji taškai.

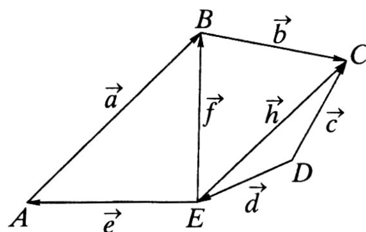
21. Duoti vektoriai $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$.
Nubraižykite:
a) $\vec{x} - \vec{y}$;
b) $\vec{x} - \vec{z}$;
c) $\vec{y} - \vec{z}$;
d) $\vec{z} - \vec{y}$;
e) $\vec{x} - \vec{y} - \vec{z}$.



22. Raskite vektorių skirtumus:

a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AM}$; b) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MM}$; c) $\vec{a} - (-\vec{b})$.

23. Iš brėžinio parašykite, kurių vektorių skirtumas yra vektorius:
a) $\vec{a}$;
b) $\vec{b}$;
c) $\vec{h}$;
d) $\overrightarrow{BD}$.



24. Lygiagretainio $ABCD$ įstrižainės susikerta taške M. Ar teisingos lygybės:

a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC}$; b) $\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BD}$;

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$; d) $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$;

e) $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}$; f) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$;

g) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$; h) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$?

25. Pažymėkite plokštumoje taškus A, B, C, D ir raskite vektorius:

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$; b) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$;

c) $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD}$; d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

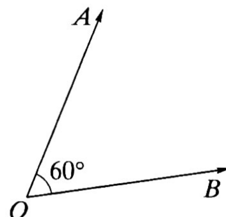
26. Su kokiais vektoriais galioja lygybė:

a) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$; b) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$;

c) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b}| - |\vec{a}|$; d) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{0}|$?

27. Vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ yra kolinearūs, $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 3$. Rasti $|\vec{a} - \vec{b}|$.

28. Duota: $|\overrightarrow{OA}| = 4\,\text{cm}$, $|\overrightarrow{OB}| = 6\,\text{cm}$, $\angle AOB = 60°$.
Rasti: $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.



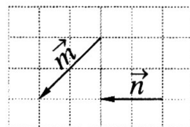
29. A, B, C, D yra keturi skirtingi plokštumos taškai. Vektorių $\overrightarrow{AB}$ išreikškite algebrine suma šių vektorių:

a) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$; b) $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$; c) $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BD}$.

30. Duotas tetraedras $ABCD$. Raskite:

a) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$; b) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CA}$.

31. Duoti vektoriai $\vec{m}$ ir $\vec{n}$. Nubrėžkite vektorius:
a) $1{,}5\vec{m}$; $-2\vec{m}$; $\frac{4}{5}\vec{m}$;
b) $-2{,}5\vec{n}$; $1\frac{2}{3}\vec{n}$; $-0{,}4\vec{n}$;
c) $\frac{1}{3}\vec{m} - \frac{4}{3}\vec{n}$; $3(\vec{m} - \vec{n})$.



32. Duotas trikampis ABC, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$.

a) Nubrėžkite vektorių $\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

b) Vektorių $\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ išreikškite vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.

33. Duotas lygiagretainis $ABCD$. N — kraštinės BC vidurys. Išreikškite:

a) $\overrightarrow{ND}$ vektoriais $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{AN}$ vektoriais $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BC}$.

34. Vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ yra kolinearūs. Ar kolinearūs vektoriai:

a) $\vec{a} + 2\vec{b}$ ir $\vec{a}$; b) $\vec{b} - 3\vec{a}$ ir $\vec{a}$?

35. Suprastinkite reiškinį:

a) $-3(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}) + (-2\vec{a} + \vec{b})$; b) $k(\vec{x} - 2\vec{y}) - (k-1)\vec{x} + 3k\vec{y}$.

36. Trikampio ABC pusiaukraštinės BB_1 vidurys yra taškas O. Įrodykite, kad $\overrightarrow{BO} = -\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB})$.

37. Lygiagretainio $ABCD$ kraštinių CD ir AD vidurio taškai yra M ir N. Vektorių $\overrightarrow{MN}$ išreikškite vektoriais $\overrightarrow{CB}$ ir $\overrightarrow{AB}$.

38. Trapecijos $ABCD$ pagrindas AD du kartus didesnis už pagrindą BC. Vektorių $\overrightarrow{MA}$ išreikškite vektoriais $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MC}$ ir $\overrightarrow{MD}$ (čia M — bet kuris plokštumos taškas).

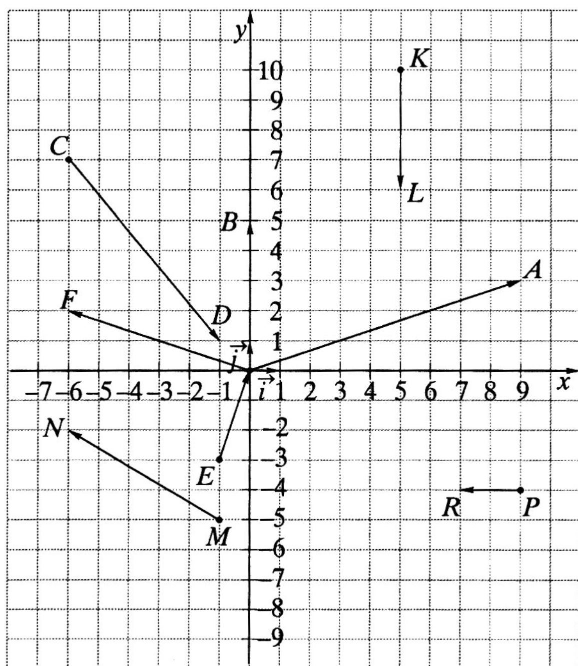
39*. M — trikampio ABC pusiaukraštinių AA_1, BB_1, CC_1 susikirtimo taškas, O — bet kuris plokštumos taškas A. Įrodykite:

a) $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OC_1}$; b) $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.

40*. Lygiagretainio $ABCD$ kraštinių BC ir CD vidurio taškai yra K ir L. Išreikškite vektorius $\overrightarrow{BC}$ ir $\overrightarrow{CD}$ vektoriais $\vec{a} = \overrightarrow{AK}$ ir $\vec{b} = \overrightarrow{AL}$.

41. Taškas O yra brėžinyje pavaizduotų vienetinių vektorių $\vec{i}$ ir $\vec{j}$ pradžios taškas. Išreikškite vienetiniais vektoriais šiuos vektorius:

a) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EO}$, $\overrightarrow{KL}$; b) $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{MN}$.



2.2. VEKTORIAUS KOORDINATĖS

42. Pavaizduokite koordinačių plokštumoje vektorius:

a) $\overrightarrow{OA}(1; -4)$, $\overrightarrow{OB}(0; 4)$, $\overrightarrow{OC}$, kai $O(0; 0)$, $C(2; 0)$;

b) $\overrightarrow{DE}$, kai $D(-1{,}5; 5)$, $E(0{,}9; -4)$;

c) $\vec{a} = 3\vec{i} - 2{,}5\vec{j}$, $\vec{b} = -6\vec{i}$.

43. Išreikškite vienetiniais vektoriais $\vec{i}$ ir $\vec{j}$ šiuos vektorius:

a) $\vec{a}(1; 7)$, $\vec{b}(-4; 5)$, $\vec{c}(2; 2)$, $\vec{d}\left(0; 1\frac{1}{3}\right)$;

b) $\vec{e}(-10; -10)$, $\vec{f}(\sqrt{2}; \sqrt{3})$, $\vec{g}(-4{,}4; 5{,}2)$, $\vec{0}(0; 0)$.

44. Parašykite šių vektorių koordinates:

a) $\vec{a} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$, $\vec{b} = -12\vec{i} + 15\vec{j}$, $\vec{c} = -9\vec{i} - 4{,}7\vec{j}$;

b) $\vec{d} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{e} = 100\vec{i}$, $\vec{f} = -50\vec{j}$, $\vec{g} = k\vec{i} + l\vec{j}$.

45. Raskite m ir n, jei:

a) $\vec{i} + 5\vec{j} = m\vec{i} - (2n + 3)\vec{j}$;

b) $(m - 4)\vec{i} + (10 - n)\vec{j} = (4 - m)\vec{i} - 6n\vec{j}$;

c) $(2m + n)\vec{i} + (2m - n)\vec{j} = \vec{0}$;

d) $(m - n + 1)\vec{i} = (2m - 3n + 5)\vec{j}$.

46. Parašykite vektorių $\vec{a} + \vec{b}$ ir $\vec{a} - \vec{b}$ koordinates:

a) $\vec{a}(5; 0)$, $\vec{b}(-5; 4)$;

b) $\vec{a}(1{,}8; -3{,}6)$, $\vec{b}(-4{,}3; 2{,}1)$;

c) $\vec{a}(0; -6{,}15)$, $\vec{b}(1{,}95; -7{,}45)$;

d) $\vec{a}\left(-3\frac{1}{4}; -5\frac{3}{7}\right)$, $\vec{b}\left(-\frac{5}{6}; -4\frac{2}{7}\right)$;

e) $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j}$;

f) $\vec{a} = 0{,}8\vec{i} - 2{,}6\vec{j}$, $\vec{b} = 1{,}4\vec{i}$.

47. Duoti vektoriai $\vec{a}(1; -2)$, $\vec{b}(-1; 2)$, $\vec{c}(4; 0)$. Raskite vektoriaus $\vec{m} = -2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ koordinates.

48. Apskaičiuokite vektoriaus $\overrightarrow{MN}$ koordinates ir ilgį, jeigu jo pradžios ir galo koordinatės yra:

a) $M(1; -2)$, $N(-3; 1)$;

b) $M(0; -6)$, $N(-5; 6)$;

c) $M(-10; -15)$, $N(-2; 0)$;

d) $M(2; \sqrt{3})$, $N(1; 2\sqrt{3})$.

49. Vektoriaus $\vec{a}(3; -4)$ pradžia yra taškas $A(-3; 7)$. Raskite vektoriaus $\vec{a}$ galo koordinates.

50. Duota: $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{a}(3; -2)$, $B(0; 5)$.
Rasti: taško A koordinates.

51. Ar kolinearūs vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$:

a) $\vec{a}(2; 3)$, $\vec{b}(-3; -4{,}5)$; b) $\vec{a}(1; 3)$, $\vec{b}(2; -6)$?

52. Su kuriomis k reikšmėmis vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ yra kolinearūs, jei:

a) $\vec{a}(k; 1)$, $\vec{b}(9; k)$; b) $\vec{a} = 2k\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 45k\vec{j}$?

2.3. VEKTORIŲ SKALIARINĖ DAUGYBA

53. Apskaičiuokite vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skaliarinę sandaugą, kai:

a) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1{,}8$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 45°$; b) $|\vec{a}| = 1{,}5$, $|\vec{b}| = 0{,}6$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{2\pi}{3}$;

c) $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{5\pi}{6}$; d) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{3\pi}{4}$.

54. Raskite kampą tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$, jeigu:

a) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; b) $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2}$;

c) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$; d) $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4{,}5$.

55. Raskite vektoriaus $\vec{a}$ koordinates, kai žinomas vektoriaus $\vec{a}$ ilgis ir kampas α, kurį jis sudaro su Ox ašimi:

a) $|\vec{a}| = 1$, $\alpha = 0°$; b) $|\vec{a}| = 2$, $\alpha = 90°$;

c) $|\vec{a}| = 5$, $\alpha = 180°$; d) $|\vec{a}| = 18$, $\alpha = 45°$;

e) $|\vec{a}| = 6$, $\alpha = 30°$; f) $|\vec{a}| = 10\sqrt{3}$, $\alpha = 60°$.

56. Apskaičiuokite vektorių $\vec{m}$ ir $\vec{n}$ skaliarinę sandaugą, kai:

a) $\vec{m}(4; 1)$, $\vec{n}(-2; 3)$; b) $\vec{m}(-5; 6)$, $\vec{n}(0; -7)$;

c) $\vec{m}(4{,}4; -2{,}5)$, $\vec{n}(-0{,}5; 4)$; d) $\vec{m} = -\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{n} = -1{,}2\vec{i} - 6{,}5\vec{j}$.

57. Ar statmeni vektoriai:

a) $\vec{a}(4; 8)$ ir $\vec{b}(-6; 3)$;

b) $\vec{a}(3; -2)$ ir $\vec{b}(-10; 15)$;

c) $\vec{a}(10; 4)$ ir $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$, $A(2; -1)$, $C(0; 4)$;

d) $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BC}$, $A(0; 2)$, $B(-3; -1)$, $C(5; 7)$?

58. Duoti vektoriai $\vec{a}(-1; \sqrt{3})$, $\vec{b}(4; 3)$. Raskite:

a) $\vec{a}^2 - \vec{b}^2$; b) $(\vec{a} + \vec{b})^2$;

c) $3\vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$; d) $-2{,}5\vec{a}^2 + 0{,}8\vec{b}^2$.

59. Duoti vektoriai $\vec{a}(6; 5)$, $\vec{b}(2; -3)$. Raskite vektorių $\vec{c}$, tenkinantį sąlygas:

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{c} = 1, \\ \vec{b} \cdot \vec{c} = 33. \end{cases}$$

60. Raskite x, jeigu $A(x; 1)$, $C(3; 6)$, o vektoriai $\vec{a}(3; 6)$ ir $\overrightarrow{AC}$ yra statmeni.

61. Raskite kampą tarp vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{AC}$, jeigu $A(-1; \sqrt{3})$, $B(1; -\sqrt{3})$, $C(0{,}5; \sqrt{3})$.

62. Raskite trikampio, kurio viršūnės $A(-2; 10)$, $B(4; 16)$, $C(6; 2)$ kampų kosinusus.

63. Raskite vektoriaus $\vec{b}$, kolinearaus vektoriui $\vec{a}(2; 1)$, koordinates, jei $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$.

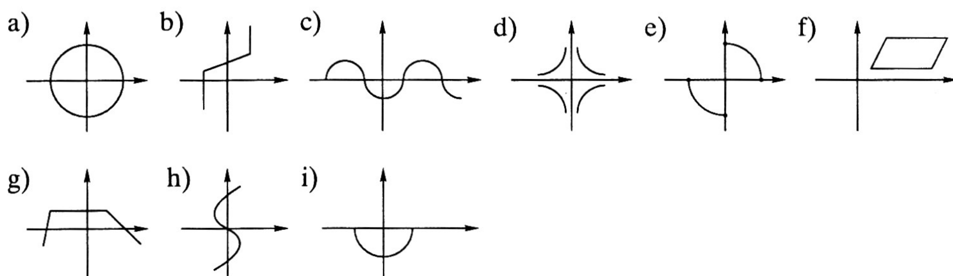
64. Raskite kampą tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$, kai $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i}$ ($\vec{i}$ ir $\vec{j}$ — vienetiniai vektoriai koordinačių ašyse).

65. Raskite trikampio, kurio viršūnės $A(0; 6\sqrt{3})$, $B(18; 0)$, $C(-18; 0)$, kampų didumus.

3. FUNKCIJOS

3.1. FUNKCIJOS SĄVOKA

1. Nustatykite, kurios iš nubrėžtų kreivių yra funkcijų grafikai:



2. Nubraižykite funkcijos grafiką ir raskite reikšmių sritį bei didėjimo ir mažėjimo intervalus, kai:

a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$;

b) $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$;

c) $f(x) = x^2 - 6x - 3$;

d) $f(x) = 2x - x^2 - 1$;

e) $f(x) = \frac{4}{x-1}$;

f) $f(x) = \frac{7}{2-x}$.

3. Nebraižydami grafiko raskite funkcijų $f(x) = -x^2 - 4x + 4$, $g(x) = -2x^2 + x + 3$ ir $h(x) = x^2 - 16x + 64$ reikšmių sritis ir didėjimo bei mažėjimo intervalus.

4. Duotos funkcijos:

a) $f(x) = x^2 - 1$;

b) $f(x) = -x^2 + 3x$;

c) $f(x) = x^3 + 4$;

d) $f(x) = 2 - x^3$;

Raskite $f(x-1)$; $f(\sqrt[3]{x})$; $f(\frac{1}{x} + x)$.

5. Nubraižykite funkcijos grafiką ir nustatykite jos apibrėžimo ir reikšmių sritis:

a) $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{kai } x < -1, \\ 2, & \text{kai } x = -1, \\ x^2, & \text{kai } x > -1; \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1, & \text{kai } x < 0, \\ \frac{4}{x+1}, & \text{kai } x \geqslant 0; \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-3}, & \text{kai } x \leqslant 2, \\ -x^2 + 8x - 14, & \text{kai } x > 2. \end{cases}$

6. Raskite funkcijų grafikų susikirtimo taškų koordinates:

a) $y = x^2 - 7x + 6$ ir $y = 2x^2 - 5x + 3$;

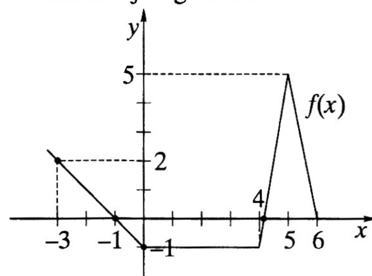
b) $y = x^2 - 4x + 8$ ir $y = x^2 + 6x - 4$;

c) $y = \sqrt{x} + 10$ ir $y = x + 4$;

d) $y = x^3$ ir $y = 3x^2 + 4x$.

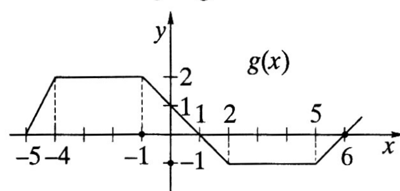
7. a) Funkcija $f(x)$ apibrėžta intervale $[-3; 6]$. Naudodamiesi jos grafiku:

1) raskite funkcijos reikšmių sritį;
2) parašykite intervalus, kuriuose funkcija didėja arba mažėja;
3) nurodykite funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmes;
4) išspręskite lygtį $f(x) = 0$;
5) nustatykite, su kuriomis a reikšmėmis lygtis $f(x) = a$ turi be galo daug sprendinių.



b) Funkcija $g(x)$ apibrėžta intervale $[-5; 6]$. Naudodamiesi jos grafiku:

1) raskite funkcijos reikšmių sritį;
2) nurodykite bent vieną intervalą, kuriame funkcija nei mažėja, nei didėja;
3) nurodykite funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmes;
4) išspręskite lygtį $f(x) = 0$, $f(x) = 2$;
5) nustatykite, su kuriomis a reikšmėmis lygtis $f(x) = a$ turi vieną sprendinį.



8. Tiesė $y = kx - 2$ eina per tašką $A(-4; 6)$.

a) Raskite k reikšmę.
b) Nubraižykite šios funkcijos grafiką.
c) Įrodykite, kad tiesė ir funkcijos $y = x^2 - 5x + 4$ grafikas nesikerta.

9. Funkcijos $y = ax^2 + bx$ grafikas eina per taškus $(-2; -10)$ ir $(1; 4)$.

a) Raskite koeficientų a ir b reikšmes.
b) Nubraižykite funkcijos grafiką.
c) Įrodykite, kad tiesė $y = 2x + 6$ nekerta šios funkcijos grafiko.

10. Raskite taškų M ir N koordinates, jei jie priklauso funkcijos $f(x)$ grafikui:

a) $M(a; b)$, $N(2a; 3b)$, $f(x) = 2x - 3$;
b) $M(9; y)$, $N(x; 3)$, $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$.

11. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-x-6}}$;
b) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-2x-15}{x}}$;
c) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4x+4}{x^2-9}}$;
d) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+9x+20}{6-5x-x^2}}$;
e) $f(x) = \sqrt{\frac{16-x^2}{x^2+2x+1}}$;
f) $f(x) = \sqrt{\frac{9-8x-x^2}{x^2+6x+8}}$;
g) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-7|x|+10}{-x^2+6x-9}}$;
h) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2} - \left|\frac{3}{5-x}\right|}$.

12. Nubraižykite kokios nors funkcijos $f(x)$, turinčios išvardytas savybes, grafiką:

1) $D(f) = [-6; 6]$, $E(f) = [-5; 5]$;
2) funkcija $f(x)$ yra nelyginė;
3) funkcija $f(x)$ didėja intervaluose $[-6; -3]$, $[-1; 0]$;
4) funkcija $f(x)$ mažėja intervale $[3; -1]$;
5) $f(-3) = 2$, $f(-1) = -1$, $f(-4) = f(-2) = f(0) = 0$.

13. Nubraižykite kokios nors funkcijos $f(x)$, turinčios išvardytas savybes, grafiką:

1) $D(f) = [-5; 5]$, $E(f) = [-2; 2]$;
2) funkcija $f(x)$ yra lyginė;
3) funkcija $f(x)$ didėja intervaluose $[-5; -3]$, $[-1; 0]$;
4) funkcija mažėja intervale $[-3; -1]$;
5) $f(-3) = 2$, $f(-1) = -2$, $f(-5) = f(-2) = 0$, $f(0) = -1$.

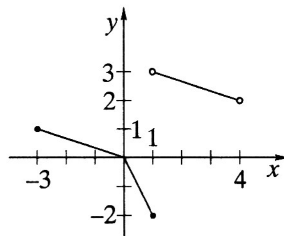
14. Išreikškite a iš lygybės:

a) $P = 2(a + b)$; b) $S = 6a^2$; c) $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$;

d) $M = \frac{3a}{a+b}$; e) $V = \frac{4}{3}\pi a^3$; f) $K = \frac{a+b}{2ab}$;

g) $A = \sqrt{a^2 + 2}$; h) $C = \sqrt[3]{a - 4} + 2$.

15. Funkcijos f grafikas pavaizduotas brėžinyje. Funkcija g yra atvirkštinė funkcijai f. Raskite funkcijos g reikšmes taškuose -2; 0; 2. Nubraižykite funkcijos g grafiką. Nurodykite funkcijos g apibrėžimo ir reikšmių sritis.



16. Raskite funkcijos $f(x)$ atvirkštinę funkciją ir nubraižykite abiejų funkcijų grafikus, jei:

a) $f(x) = \frac{1}{5}x - 2$; b) $f(x) = 5 - 2x$;

c) $f(x) = x^2 - 3$ $(x \geqslant 0)$; d) $f(x) = \sqrt{3x - 2}$, $\left(x \geqslant \frac{2}{3}\right)$;

e) $f(x) = \frac{10}{x+4}$ $(x \neq -4)$; f) $f(x) = \frac{2}{6-x}$ $(x \neq 6)$.

17. Raskite funkcijai $f(x)$ atvirkštinę funkciją $g(x)$, ir nustatykite abiejų funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis:

a) $f(x) = \frac{2x-5}{x+1}$; b) $f(x) = \frac{6x+1}{x-1}$.

18. Suprastinkite išraišką ir nubraižykite duotosios funkcijos grafiką:

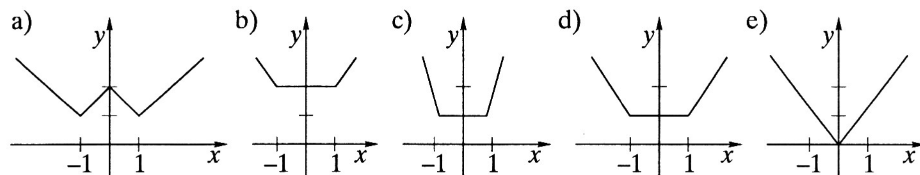
a) $y = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) \cdot \sqrt{(x-1)^2}$; b) $y = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) \cdot \sqrt{(x-1)^2}$.

19. Duota funkcija:

a) $y = f(x) = \begin{cases} -x, & \text{kai } x \leqslant 0, \\ \frac{1}{x}, & \text{kai } x > 0; \end{cases}$ b) $y = f(x) = \begin{cases} x, & \text{kai } x \leqslant 0, \\ -\frac{1}{x}, & \text{kai } x > 0. \end{cases}$

Nubraižykite grafikus funkcijų:
$y = f(x + 1)$, $y = f(x - 2)$, $y = f(x) + 3$, $y = f(-x)$.

20. Kuri iš nubraižytų kreivių yra funkcijos $y = |1 + x| + |1 - x|$ grafikas?



21. Nubraižykite funkcijos grafiką:

a) $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-1}$; b) $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x+3}$;

c) $f(x) = |x-2| + |x+2|$; d) $f(x) = |x-2| - |x+2|$;

e) $f(x) = |x^2 - 6x + 5|$; f) $f(x) = -|x^2 - 5x + 6|$.

22. Nustatykite funkcijos $f(x)$ didėjimo ir mažėjimo intervalus:

a) $f(x) = -2x^2 + x + 1$; b) $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$;

c) $f(x) = |x+1| - 2$; d) $f(x) = -|x+3| + 2$;

e) $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{kai } x < 1, \\ x^2 - 4x + 5, & \text{kai } x \geqslant 1; \end{cases}$ f) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & \text{kai } x < 0, \\ 3 + 0{,}5x, & \text{kai } x \geqslant 0. \end{cases}$

23. Nubraižykite kokios nors funkcijos $f(x)$, turinčios išvardytas savybes, grafiką:

1) $D(f) = [-4; 5]$, $E(f) = [-4; 3]$;

2) $f(0) = 3$, $f(4) = -4$;

3) $f(-4) = f(-2) = f(2) = f(5) = 0$;

4) funkcija $f(x)$ didėja intervaluose $[-3; 0]$ ir $[4; 5]$;

5) funkcija $f(x)$ mažėja intervaluose $[-4; -3]$ ir $[0; 4]$.

24. Duotos funkcijos $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ ir $g(x) = -\sqrt{x-2} + 3$.

a) Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ apibrėžimo ir reikšmių sritis.

b) Raskite taškus, kuriuose funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikai kerta Ox ir Oy ašis.

c) Nustatykite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

25. Su kuria a reikšme funkcijos:

a) $f(x) = ax^2 - 2x + 5$ mažiausia reikšmė lygi 4;

b) $f(x) = ax^2 + 2x - 5$ didžiausia reikšmė lygi $-4\frac{2}{3}$?

26. a) Apskaičiuokite $\frac{x+y}{x}$, jei $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$.

b) Apskaičiuokite $\frac{x}{y}$, jei $\frac{x+2y}{x} = \frac{7}{5}$.

c) Apskaičiuokite $\frac{y}{x}$, jei $\frac{x+y}{y} = 3$.

27. Nebraižydami funkcijų $f(x) = \frac{1}{2x}$ ir $g(x) = 32x$ grafikų nustatykite:

a) ar kertasi duotųjų funkcijų grafikai:

b) su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $f(x)$ grafiko taškai $(x; f(x))$ yra aukščiau funkcijos $g(x)$ grafiko taškų $(x; g(x))$.

28. Su kuria m reikšme:

a) tiesės $mx - y + 7 = 0$ ir $y - 4x - m - 3 = 0$ sutampa;

b) tiesės $y - mx - 2 = 0$ ir $y + 5 - 2m - mx = 0$ yra lygiagrečios, bet nesutampa?

29. a) Su kuria neigiama a reikšme funkcijų $y = \frac{4}{x}$ ir $y = a - x$ grafikai turi tik vieną bendrą tašką? Raskite šio taško koordinates.

b) Su kuriomis k ir b reikšmėmis hiperbolė $y = \frac{k}{x}$ ir tiesė $y = kx + b$ eina per tašką $M(-1; 1)$?

30. Raskite funkcijos reikšmių sritį:

a) $f(x) = 1$; b) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$; c) $f(x) = \left\{\frac{1}{x^2+2}\right\}$;

d) $f(x) = [x^2]$; e) $f(x) = \frac{x-1-|x-1|}{3|1-x|}$.

31. Skaičių užrašykite sveikosios ir trupmeninės dalies suma:

40,2; 0,28; −3,6; −0,45; 4,(5); $-5\frac{2}{7}$.

32. Apskaičiuokite:

a) $[4{,}7] + \{0{,}7\} - \{4{,}7\}$; b) $\{-5{,}15\} + [-5{,}15] - \{0{,}15\}$;

c) $\left[\frac{1}{3}\right] + \left[-\frac{1}{3}\right] - \left\{1\frac{1}{3}\right\}$; d) $\left[2\frac{3}{7}\right] - \left\{-2\frac{3}{7}\right\} + \left\{1\frac{3}{7}\right\}$.

33. Pasirinkite teisingą atsakymą.

a) Funkcijai $y = 5x - 1$ atvirkštinė funkcija yra:

A $-(5x+1)$ **B** $\frac{1}{5}x$ **C** $\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ **D** $-5x$ **E** $\frac{1}{5}x - 1$

b) Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{kai } x \geqslant 1, \\ x - m, & \text{kai } x < 1. \end{cases}$

Su kuria m reikšme teisinga lygybė $f(1) = f(-2)$?

A 3 **B** 1 **C** nėra tokios reikšmės **D** −3 **E** 2

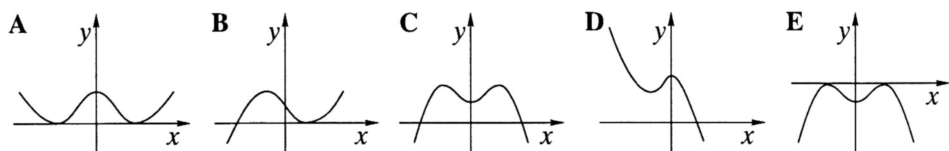
c) Kai $1 \leqslant x \leqslant 4$, tai funkcijos $f(x) = x^2 - 4x + 5$ reikšmės priklauso intervalui:

A $[2; 5]$ **B** $[1; 5]$ **C** $[1; +\infty]$ **D** $[1; 2]$ **E** $[-5; -1]$

d) Funkcijos $y = \sqrt{x - |x| - 1}$ apibrėžimo sritis yra:

A 0 **B** $(0; +\infty)$ **C** $(-\infty; 0]$ **D** $[0; +\infty)$ **E** $\varnothing$

e) Kuri iš nubraižytų kreivių yra funkcijos $y = x^4 - 2x^2 + 1$ grafikas?



f) Funkcija $f(x) = \frac{1}{3}(|2x-3| + |2x+3|)$

A yra lyginė **B** yra nelyginė **C** įgyja reikšmę 2, kai $x \leqslant \frac{3}{2}$
D su tam tikromis argumento x reikšmėmis įgyja reikšmę, lygią 1
E turi apibrėžimo sritį $[1{,}5; +\infty)$

34. Kamuolys metamas aukštyn. Po t sekundžių jo aukštis virš Žemės paviršiaus yra $h(t) = 4{,}1 + 19{,}6t - 4{,}9t^2$ metrų. Raskite:

a) iš kokio pradinio aukščio metamas kamuolys;

b) kiek sekundžių kamuolys kyla aukštyn;

c) į kokį didžiausią aukštį gali pakilti kamuolys.

35. Gydytojų nuomone, m metų amžiaus žmogui ($m \leqslant 18$) kasdien reikia miegoti $t(m)$ valandų: $t(m) = 8 + \frac{18-m}{2}$. Raskite šios funkcijos apibrėžimo ir reikšmių sritis. Apskaičiuokite:

a) kiek valandų turi miegoti šešiolikmetis;

b) kokio amžiaus žmogus turėtų miegoti 10 valandų?

36. Horizontaliu keliu riedantis automobilis išjungus variklį po tam tikro laiko sustoja. Nuvažiuotas išjungus variklį atstumas tiesiog proporcingas automobilio greičio (variklio išjungimo momentu) kvadratui. Kiek metrų nuriedėtų automobilis, kurio greitis variklio išjungimo momentu 40 km/h, jeigu 60 km/h greičiu važiavęs automobilis sustoja už 360 m?

37. Atstumas, kurį įveikia krentantis akmuo, tiesiog proporcingas kritimo laiko kvadratui. Kiek metrų akmuo nukristų per 7 sekundes, jeigu per 5 sekundes jis nukrenta 50 metrų?

38. Pyragą dalijasi 14 žmonių. Pirmasis paėmė sau $\frac{1}{5}$ pyrago dalį, o antrasis $\frac{1}{6}$ dalį likučio. Kiti 12 žmonių pasidalijo pyrago likutį po lygiai. Kokia pyrago dalis atiteko kiekvienam iš jų?

39. Dėžutėje buvo R raudonų, M mėlynų ir $Ž$ žalių pieštukų. Raudonų pieštukų skaičius sudaro 60% visų pieštukų skaičiaus. Mėlynų pieštukų skaičius yra B vienetų didesnis už žalių pieštukų skaičiaus pusę, o žalių pieštukų skaičius sudaro 40% raudonų pieštukų skaičiaus. Žinodami visų pieštukų skaičių A:

a) išreikškite R ir $Ž$ per A; b) išreikškite M per A;

c) raskite A, R, $Ž$ ir M, jei $B = 1$; d) raskite B, jei $A = 125$.

40. Viešbučio „Neris“ vienos dienos pelnas (arba nuostolis) priklauso nuo nustatytos kainos už nakvynę vienam žmogui. Jeigu nakvynės kaina vienam žmogui yra x, tai pelną (arba nuostolį) $p(x)$ galima apskaičiuoti pagal formulę:
$p(x) = -x^2 + 80x - 700$.

a) Su kuriomis x reikšmėmis viešbutis gauna pelną?

b) Su kuriomis x reikšmėmis viešbutis turi nuostolį?

c) Su kuriomis x reikšmėmis viešbutis gauna didžiausią pelną?

d) Apskaičiuokite didžiausią galimą viešbučio vienos dienos pelną.

41. Darbo našumas kasmet padidėja tuo pačiu procentu, lyginant su praėjusiais metais. Per trejus metus našumas padidėjo 27%. Kiek procentų jis padidėdavo kiekvienais metais? (Atsakymą pateikite šimtosios tikslumu.)

42. Du asmenys rėmina paveikslus. Pirmasis įrėmina paveikslą per 30 minučių, o antrasis per 25 minutes. Jei darbo pradžia 8^{00}, tai abu kartu pirmą kartą tuo pačiu metu baigs įrėminti paveikslą:

A 9^{30} **B** prieš 12^{00} **C** 10^{00}

43. Žiedinių lenktynių trasos 1 rato ilgis 240 km. Automobilis ir motociklas važiuoja pastoviu greičiu. Jeigu jie važiuotų viena kryptimi, tai vienas jų aplenktų kitą po 8 h, o jeigu važiuotų priešingomis kryptimis — tai susitiktų po 2 h. Kokiu greičiu važiuoja automobilis ir motociklas, jei žinoma, kad automobilio greitis didesnis nei motociklo?

3.2. LAIPSNINĖ FUNKCIJA

44. Palyginkite:

a) $-2{,}8^5$ ir $(-2{,}8)^7$; b) $(-3{,}7)^{-2}$ ir $3{,}7^0$;

c) $(\sqrt{2})^5$ ir $(\sqrt{5})^2$; d) $(\sqrt{1{,}06})^3$ ir $(\sqrt{0{,}96})^5$;

e) $\left(\frac{10}{11}\right)^{2,3}$ ir $\left(\frac{11}{10}\right)^{-2,3}$; f) $(4\sqrt{3})^{-\frac{2}{5}}$ ir $(3\sqrt{4})^{-\frac{2}{5}}$;

g) $\left(-\frac{7}{9}\right)^2$ ir $\left(-\frac{9}{7}\right)^2$; h) $(2\sqrt[3]{6})^{-0,2}$ ir $(6\sqrt[3]{2})^{-0,2}$.

45. Duota funkcija $f(x) = 2x - x^3$. Raskite:

a) $f(3) - f\left(-\frac{1}{3}\right)$; b) $f(-2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$;

c) $f(x+1) - f(x+2)$; d) $f(x^2-1) + f(1-x^2)$.

46. Palyginkite funkcijos $h(x) = x^{10}$ reikšmes:

a) $h(5)$ ir $h(-5)$; b) $h\left(\frac{1}{5}\right)$ ir $h\left(-\frac{1}{3}\right)$; c) $h\left(\frac{2}{7}\right)$ ir $h\left(\frac{2}{5}\right)$; d) $h\left(-3\frac{6}{7}\right)$ ir $h\left(-3\frac{7}{9}\right)$.

47. Kurios iš šių funkcijų yra lyginės:

a) $y = x^2(x-1)^{-2}$; b) $y = \sqrt{x^2}$; c) $y = |x+1|$;

d) $y = x^6 - 3|x|$; e) $y = |x| \cdot x^3 + 4x^5$; f) $y = (x+1)^3$?

48. Kurios iš šių funkcijų yra nelyginės:

a) $y = x^3(x-2)^{-3}$; b) $y = \sqrt[3]{x^5}$; c) $y = -|x-3|$;

d) $y = x^5 - 5|x|$; e) $y = (x-2)^3$; f) $y = x^3 - x \cdot |x|$?

49. Raskite duotosios funkcijos atvirkštinę funkciją ir nustatykite jos apibrėžimo ir reikšmių sritis:

a) $f(x) = x^2 - 1$ $(x \geqslant 0)$; b) $f(x) = (x-1)^2$; c) $f(x) = x^3 - 2$;

d) $f(x) = 3 \cdot (x-4)^{-1}$; e) $f(x) = 2 \cdot x^{-1}$; f) $f(x) = 3 \cdot x^{-2}$ $(x > 0)$.

50. Pasirinkite teisingą atsakymą:

a) Koks yra didžiausias skaičius, iš kurio trečiojo laipsnio dalijasi sandauga $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 99 \cdot 100$?

A 33 **B** 44 **C** 48 **D** 47 **E** 51

b) Kiek skaitmenų turi skaičius $2^{13} \cdot 5^9$?

A 10 **B** 11 **C** 12 **D** 22 **E** 117

c) Kokiu skaitmeniu baigiasi skaičius 3^{2000}?

A 0 **B** 1 **C** 3 **D** 7 **E** 9

d) Skaičius $10^{42} + 8$ dalijasi be liekanos iš:

A 2 ir 3 **B** 2; 3 ir 9 **C** 5 **D** 2 ir 10 **E** 3 ir 9

51. Raskite tą lygties:

a) $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(3-x)^2} = 5$ sprendinį, kuris tenkina sąlygą $x \leqslant 3$;

b) $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = 5$ sprendinį, kuris tenkina sąlygą $x < 2$.

52. Raskite reiškinio $a^3 - 12a + 20$ reikšmę, kai $a = \sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2}$.

53. Apskaičiuokite: a) $\sqrt[3]{\sqrt{3}-2}\cdot\sqrt[9]{26+15\sqrt{3}}$; b) $\sqrt{2+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[6]{17\sqrt{5}-38}$.

54. Ar ekvivalenčios šios lygtys:

a) $2^{x^2-3x}=2^4$ ir $x^2-3x=4$; b) $\sqrt{x^2-3x}=\sqrt{4}$ ir $x^2-3x=4$;

c) $\sqrt[3]{x-12}=\sqrt[3]{2-3x}$ ir $12-x=3x-2$; d) $\sqrt[4]{x}=x$ ir $\sqrt[5]{x}=x$?

55. Išspręskite lygtį:

a) $2x^5+3=0$; b) $0{,}02x^6-1{,}28=0$; c) $0{,}1x^4=1000$;

d) $0{,}03x^3+0{,}81=0$; e) $x^4=5$; f) $x^3=-0{,}008$.

56. Įrodykite, kad reiškinio reikšmė yra racionalusis skaičius:

a) $(2+\sqrt{5})^3+(2-\sqrt{5})^3$; b) $(5\sqrt{7}+7)^3-(5\sqrt{7}-7)^3$.

57. Raskite lygčių apytikslius sprendinius naudodamiesi grafikais:

a) $\sqrt{x}=x-4$; b) $\sqrt{x-1}=x-3$;

c) $\sqrt{x}-6=-x^2$; d) $\sqrt[3]{x}=(x-1)^2$;

e) $\sqrt{x+1}=x^2-5$; f) $x^3-1=\sqrt{x-1}$;

g) $\sqrt[3]{x}=x^2+x-1$; h) $x^{-2}=2-x^2$.

58. Išspręskite lygtį:

a) $\sqrt[3]{x-2}=2$; b) $\sqrt[3]{2x+7}=\sqrt[3]{3(x-1)}$;

c) $\sqrt[4]{25x^2-144}=x$; d) $x^2=\sqrt{19x^2-34}$;

e) $\sqrt[3]{x^3-2}=x-2$; f) $\sqrt[3]{x^3-5x^2+16x-5}=x-2$.

59. Suprastinkite:

a) $\frac{x\sqrt[4]{-x\cdot y^4}-y\sqrt[4]{x^4y}}{xy}-\sqrt[4]{y}$; b) $\frac{\sqrt[8]{-a^9b^8}-b\sqrt[8]{a^8b}}{ab}-\sqrt[8]{b}$.

60. Išspręskite lygtį:

a) $x^{-4}-5x^{-2}+4=0$; b) $x^{-4}-3x^{-2}-4=0$;

c) $\frac{x-7}{x^2-5x+25}=3(x+5)^{-1}-\frac{19+2x^2}{x^3+125}$; d) $\frac{2x^2-1}{x^3-27}-(x-3)^{-1}=\frac{x-5}{x^2+3x+9}$.

61. Ar duotos funkcijos yra viena kitai atvirkštinės:

a) $f(x)=6(1-x)^{-1}$ ir $g(x)=(6-x)x^{-1}$;

b) $f(x)=(3x-6)(3x-1)^{-1}$ ir $g(x)=(6-x)(3-3x)^{-1}$;

c) $f(x)=(10-3x)(x-4)^{-1}$ ir $g(x)=(4x+10)(x+3)^{-1}$;

d) $f(x)=(2-x)(2+x)^{-1}$ ir $g(x)=(2-x)^{-1}(2+x)$?

62. Raskite duotosios funkcijos atvirkštinę:

a) $y=3\cdot(x-2)^{-1}$; b) $y=x^3-3$;

c) $y=(x+3)^3$; d) $y=2+\sqrt{x+2}$ $(x\geqslant-2)$;

e) $y=2-\sqrt{x+4}$ $(x\geqslant-4)$; f) $y=\sqrt{3-x}-1$ $(x\leqslant3)$.

63. Su kuriomis a reikšmėmis lygties sprendinių suma lygi jų sandaugai:
a) $x^2 - 7x + \sqrt{2a^2 - 1} = 0$; b) $x^2 - 2x + \sqrt{7 - a^2} = 0$?

64. Palyginkite su vienetu:
$4{,}3^{2{,}8}$; $0{,}2^{0{,}4}$; $0{,}7^{-8{,}7}$; $(\sqrt{3})^{0{,}2}$.

65. Palyginkite reiškinių reikšmes:
a) $\pi^{\frac{1}{5}}$ ir $\pi^{\frac{1}{4}}$; b) $\left(\frac{1}{\pi}\right)^{3{,}2}$ ir $\left(\frac{1}{\pi}\right)^{-3{,}2}$;
c) $(0{,}2)^{0{,}3}$ ir $(\pi - 3)^{0{,}3}$; d) $(\sqrt{3})^{\pi}$ ir $(\sqrt{2})^{\pi}$.

66. Išdėstykite skaičius didėjimo tvarka:
a) $0{,}2^{\pi}$; $0{,}2^{0{,}5}$; $0{,}2^{\frac{2}{3}}$; $0{,}2^{3{,}1414}$; b) $\sqrt{3^{3,(1)}}$; $1{,}7^{3,(1)}$; $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3,(1)}$; $\pi^{3,(1)}$;
c) 4^{-2}; $4^{-0{,}7}$; $4^{\frac{1}{3}}$; $\left(\frac{1}{4}\right)^{2{,}1}$; d) $0{,}3^{-\frac{2}{3}}$; $1{,}3^{-\frac{2}{3}}$; $\pi^{-\frac{2}{3}}$; $(\sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}$.

67. Nubraižykite funkcijos grafiką:
a) $y = x^{\frac{2}{5}}$; b) $y = x^{\frac{5}{2}}$; c) $y = x^{-5}$; d) $y = x^{1,(2)}$.

68. Ar funkcija $y = x^k$ yra didėjanti, ar mažėjanti, kai:
a) $k = \sqrt{7}$; b) $k = 1 - \sqrt{3}$; c) $k = \frac{7}{\pi}$;
d) $k = 3 - \pi$; e) $k = -3\pi$; f) $k = 0,(3)$?

69. Nusakykite funkcijos reikšmių sritį:
a) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$; b) $f(x) = x^{0,(3)} + 1$; c) $f(x) = -(x+2)^{3{,}14}$;
d) $f(x) = x^{0,(3)} - 1$; e) $f(x) = (x+1)^{1{,}4}$; f) $f(x) = (x-2)^{-2}$.

70. Duota funkcija $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$.
a) Nustatykite, ar ji lyginė ar nelyginė.
b) Apskaičiuokite $f(-4)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(-0{,}02)$, $f\left(4\frac{2}{7}\right)$, $f(0,(2))$.
c) Išspręskite lygtį $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

71. Suprastinę reiškinį apskaičiuokite jo reikšmę:
a) $(4a^{-12} - 81b^{-4}) : \left(\frac{2}{a^6} + \frac{b^{-2}}{9^{-1}}\right) : \left(\sqrt{2}a^{-3} - 3b^{-1}\right)$, kai $a = \sqrt{2}$ ir $b = 6$;
b) $(2a^{-3} - b^{-2}) \cdot \left(\frac{a^{-3}}{2^{-1}} + \frac{1}{b^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{b^4} + 4a^{-6}\right)$, kai $a = b = \sqrt{2}$;
c) $\frac{a^{-1} - 27b^3a^{-4}}{a^{-1} + 3a^{-2}b + 9a^{-3}b^2}$, kai $a = \frac{2}{3}$, $b = -4$;
d) $\frac{8a + 27b^3a^{-2}}{4a^{-2} - 6ba^{-3} + 9b^2a^{-4}}$, kai $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{2}{3}$.

72. Raskite reiškinio:
a) $\sqrt{(8-a)(5+a)}$ reikšmę, kai $\sqrt{8-a} + \sqrt{5+a} = 5$;
b) $\sqrt{25 - a^2} + \sqrt{15 + a^2}$ reikšmę, kai $\sqrt{25 - a^2} \cdot \sqrt{15 + a^2} = 2$.

73. Nubraižę funkcijos grafiką nustatykite jos apibrėžimo ir reikšmių sritis:
a) $f(x) = \sqrt[3]{|x|}$; b) $f(x) = |x|^5$; c) $f(x) = |x|^3 + 1$;
d) $f(x) = \sqrt[5]{|x|} - 2$; e) $f(x) = |x^2 + 3|^{\frac{1}{3}}$; f) $f(x) = |3x|^{-3}$.

74. Raskite funkcijų grafikų susikirtimo taškų koordinates:

a) $f(x) = \sqrt[5]{x}$ ir $g(x) = x^{\frac{3}{5}}$; b) $f(x) = \sqrt[6]{x}$ ir $g(x) = x^{\frac{5}{6}}$.

75. Apskaičiuokite:

a) $\frac{3^{-1}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2-\left(\frac{3}{4}\right)^{2}} \cdot \left(5^0 - \frac{1}{6}\right)^{-1} + 2 \cdot 10^{-1}$;

b) $1{,}5^3 \cdot 2{,}25^{-1{,}5} \cdot 0{,}75^{-1} \cdot \left(\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(2\frac{3}{7}\right)^0\right)$;

c) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0{,}75} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} + (0{,}161)^0 - (8{,}1 \cdot 10^{-3})^{0{,}25}$;

d) $\left(4^{-\frac{1}{4}} - \left(2\sqrt{2}\right)^{-1\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(4^{-0{,}25} + \left(\frac{1}{2^{-1{,}5}}\right)^{-\frac{4}{3}}\right)$;

e) $(0{,}25)^{-\frac{3}{2}} + 3 \cdot (0{,}0081)^{-0{,}25} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0{,}75}$;

f) $(0{,}0016)^{-\frac{3}{4}} + (0{,}04)^{-\frac{1}{2}} - (0{,}216)^{-\frac{2}{3}}$.

76. Suprastinkite reiškinį:

a) $\frac{x+2\cdot(3x)^{0{,}5}+3}{x-3}$;

b) $\frac{a-2\cdot(5a)^{\frac{1}{2}}+5}{a-5}$;

c) $\frac{a^4+4a^2\sqrt{3}+12}{a^4-12}$;

d) $\frac{x^4+6x^2\sqrt{2}+18}{x^4-18}$;

e) $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}} - 2\right) : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$;

f) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right) \cdot \frac{a-b}{a}$;

g) $\left(\sqrt[3]{108x^4y^{-1}} - \sqrt[3]{32x^{-2}y^{-5}}\right) : \sqrt[3]{4xy^{-2}}$;

h) $\left(\frac{a^2c^3(243c^{-4})^{\frac{1}{5}}}{a^{-1}} + \frac{c}{a^{-1}}\sqrt[5]{\frac{32a^{10}}{c^{-6}}}\right) : c^{-\frac{4}{5}}$.

77. Pasirinkite teisingą atsakymą.

a) Jei $x = a^{-1}$, tai $\frac{1-\frac{a+x}{x}}{ax} =$

A 1 **B** $-a^2$ **C** $2-a^2$ **D** $\frac{1}{a^2}$ **E** a^2

b) Kai $x = 10$, tai $2{,}5x^3 \cdot 6x^{-4} =$

A -150 **B** $15 \cdot 10^{-30}$ **C** $1{,}5$ **D** $8{,}5 \cdot 10^{-1}$ **E** $\frac{2}{3}$

c) Mažiausias sveikasis skaičius, su kuriuo apibrėžtas reiškinys $\sqrt[4]{(2x+10)^{-3}}$ yra:

A -4 **B** 1 **C** 0 **D** -5 **E** 5

d) Suprastinę $\sqrt{\frac{4^{10}-8^6}{4^7-8^4}}$ gausime:

A $\sqrt{2^3}$ **B** 2 **C** 2^3 **D** -6 **E** 8

e) Kelios natūraliųjų skaičių poros $(x; y)$, $(x + y \leqslant 100)$ tenkina lygybę $(x - y^{-1}) : (y - x^{-1}) = 23$?

A 2 **B** 1 **C** 4 **D** 5 **E** nei viena

f) Lygties $7^{\frac{5}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{6}} = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{3}} \cdot x^{0{,}5}$ sprendinys yra:

A $\sqrt{7}$ **B** 7^{-2} **C** 343 **D** 49 **E** 7^{-1}

78. Suprastinkite:

a) $\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$, kai $x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$, $a, b > 0$;

b) $\frac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}$, kai $x = \frac{2a}{b+b^{-1}}$, $a, b > 0$.

3.3. RODIKLINĖ FUNKCIJA

79. Apskaičiuokite $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, kai:

a) $f(x) = 4^{x-2x^2}$; b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3}$.

80. Naudodamiesi funkcijos $y = 2^x$ grafiku, Oy ašyje apytiksliai atidėkite šiuos skaičius:

$\sqrt{2}$; $\sqrt{8}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sqrt[3]{4}$; $2\sqrt[3]{16}$.

81. Naudodamiesi funkcijos $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ grafiku, Ox ašyje apytiksliai atidėkite x reikšmes, su kuriomis funkcijos reikšmės lygios: 1; $\frac{1}{9}$; 3; 4; 2,5; 6,5.

82. Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikų susikirtimo taškų koordinates:

a) $f(x) = 16^x$ ir $g(x) = \frac{1}{2}$; b) $f(x) = 4^x$ ir $g(x) = \sqrt[x]{256}$;

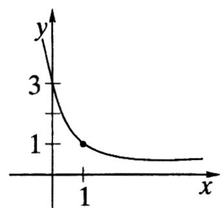
c) $f(x) = 4^{3x^2+2x}$ ir $g(x) = 2^{6-x}$; d) $f(x) = 5^{x^2-x-6}$ ir $g(x) = 1$.

83. Palyginkite šiuos skaičius su vienetu:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$; b) $(\sqrt{5})^{\frac{1}{3}}$; c) $\pi^{-\frac{3}{4}}$;

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\pi}$; e) $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{6}}$; f) $\left(\frac{\pi-1}{2}\right)^{-\sqrt{3}}$.

84. Kurios funkcijos grafikas pavaizduotas paveiksle?



A $3^x + 3$
B 3^{1-x}
C $\left(\frac{1}{3}\right)^x$
D 3^{x+1}
E 3^x

85. Apskaičiuokite:

a) $\frac{\sqrt[4]{16\cdot 81}\cdot\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$; b) $\sqrt[3]{27}\cdot 81^{\frac{3}{4}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{4}$;

c) $\frac{\sqrt[3]{9^2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^6}{\sqrt[3]{3}\cdot 27^{-\frac{4}{3}}}$; d) $(0{,}75\cdot\sqrt[3]{9}) : \left(0{,}25\cdot\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}\right)$.

86. Nubraižykite funkcijos grafiką ir nusakykite jos savybes:

a) $f(x) = 3^{\frac{1}{2}x}$; b) $f(x) = 3^{|-x|+1}$;

c) $f(x) = -3^{x-1}$; d) $f(x) = 3^{|x|} - 1$.

87. Raskite funkcijos apibrėžimo ir reikšmių sritis:

a) $y = 5^{\frac{1}{x}}$; b) $y = 3^{\sqrt{x^2-4}}$;

c) $y = 2^{x^2}$; d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x-5}}$.

88. Viename brėžinyje nubraižykite funkcijų $f(x) = 2^x$ ir $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ grafikus. Raskite abiejų funkcijų reikšmių sritis, kai $x \in [-2; 3]$. Raskite apibrėžimo srities intervalus, kuriuose funkcijos įgyja reikšmes esančias intervale:

a) $[1; 16]$; b) $[0{,}25; 4]$; c) $\left[\frac{1}{16}; 16\right]$.

89. Funkcijos apibrėžtos lygybėmis $h(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ ir $g(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$. Kokia yra kiekvienos iš šių funkcijų apibrėžimo sritis, jei jos reikšmių sritis yra intervalas:

a) $\left[1; \frac{16}{9}\right]$; b) $\left[\frac{9}{16}; \frac{16}{9}\right]$; c) $\left(3\frac{13}{81}; \frac{81}{256}\right)$?

90. Raskite reiškinių A ir B skirtumą, kai

$$A = \left(\tfrac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0{,}2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{9}}\right)^{-\frac{3}{2}};$$
$$B = \left(\tfrac{1}{5}\right)^{-12} \cdot 625^{-3} + (0{,}25^{-1})^3 \cdot 16^{-1{,}5} + \left(81^{-\frac{1}{8}}\right)^{-2}.$$

91. Duota funkcija $f(x) = 3^{1-x}$.

a) Apskaičiuokite $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$.

b) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką ir nusakykite jos savybes.

c) Remdamiesi grafiku raskite lygčių ir nelygybių sprendinius:

$3^{1-x} = 2$; $3^{1-x} = 0{,}5$; $3^{1-x} = 3$; $3^{1-x} > 1$;

$3^{1-x} \leqslant 1$; $3^{1-x} < -3$; $3^{1-x} > -3$.

92. Duota funkcija $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1}$.

a) Apskaičiuokite $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$.

b) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką ir nusakykite jos savybes.

c) Remdamiesi grafiku raskite lygčių ir nelygybių sprendinius:

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = 3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = 0{,}3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = -1$;

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} \geqslant 2$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < -4$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} \geqslant -1$.

93. Pasirinkite teisingą atsakymą.

a) Lygties $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \ldots \cdot 2^x = 4^5$ sprendinys yra:

A 1 **B** 4 **C** −4 **D** 10 **E** 8

b) Reiškinys $5^5 + 5^5 + 5^5 + 5^5 + 5^5$ lygus:

A 25^5 **B** 5^5 **C** 5^{25} **D** 5^6 **E** 25

c) Nelygybės $2^{x^2-8x+19} > 16$ didžiausias neigiamas sveikasis sprendinys yra:

A −3 **B** −2 **C** −1 **D** −4 **E** −6

94. Ar funkcija $f(x)$ yra lyginė, jei:

a) $f(x) = 2^{x^2}$; b) $f(x) = 3^{|x|} + 3^x$;

c) $f(x) = 5^x + 5^{-x}$; d) $f(x) = \frac{3^x-1}{3^x+1}$?

95. Išspręskite lygtį:

a) $2^{x^3-9x} = 1$;
b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^3-16x} = 1$;
c) $5^{2x-1} = 7^{\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}}$;
d) $0{,}5^{3-x} = 0{,}4^{2x-6}$;
e) $7^x \cdot 7 = 3^{x+1}$;
f) $\frac{3^x}{3} = 5^{x-1}$;
g) $6 \cdot 5^{x+1} - 5^{x+2} + 6 \cdot 5^x = 55$;
h) $3 \cdot 2^{x+1} + 5 \cdot 2^x - 2^{x+2} = 28$.

96. Su kuriomis x reikšmėmis teisinga lygybė:

a) $5 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 3^{2x-1} = 54$;
b) $2^{2x+3} - 3 \cdot 2^{2x+1} + 4^{x+1} = 12$;
c) $\sqrt{3^x} \cdot \sqrt{5^x} = 225$;
d) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = \frac{1}{\sqrt{6}}$;
e) $2^{2+3x}\sqrt{32^{x-1}} = \left(\frac{128}{\sqrt{2}}\right)^x$;
f) $16^{x-1} \cdot \sqrt{2} = 0{,}25^x\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{1-2x}$?

97. Raskite lygties sprendinių sumą:

a) $2^{x^2-6x-2,5} = 16\sqrt{2}$;
b) $3^{x^2-7x+12,5} = 9\sqrt{3}$;
c) $\sqrt{3^{2x}} - 2 \cdot 3^x = -27$;
d) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

98. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmė lygi vienetui:

a) $h(x) = \left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}$;
b) $h(x) = 2^{2x+3} - 2^{x+1}$;
c) $h(x) = 4^{x-2} - 0{,}5^{2-x} - 1$;
d) $h(x) = 6^x - 2^x \cdot 27 + 1$?

99. Išspręskite lygtį:

a) $\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{45}$;
b) $2^x \cdot 27^{5-x} = 2^3 \cdot 3^6$;
c) $3^{x+3} - 2^{x+1} = 2^{x+4} + 5 \cdot 3^{x+1}$;
d) $3^{2x+1} - 5^{2x+1} + 3 \cdot 25^x + 3^{2x-1} = 0$.

100. Su kuriomis x reikšmėmis teisinga lygybė:

a) $4^{3x^2-2+5x} = 1$;
b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$;
c) $3^{2x^2-5x} = \frac{1}{9}$;
d) $5^{(1-x)(x-2)} = \frac{1}{5^6}$;
e) $\sqrt{7^{x+1}} = \sqrt[3]{7^{2x-1}}$;
f) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$;
g) $\left(\sqrt[5]{27}\right)^{2,5} = \sqrt{3^{x+1}}$;
h) $10^{(3-x)(4-x)} = \frac{1}{0{,}01}$;
i) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-4} = 1$;
j) $\left(\sqrt{5} + 2\right)^{2+8x} = 1$?

101. Raskite taškus, kuriuose funkcijos grafikas kerta ašį Ox:

a) $f(x) = 4^x + 2^{3-2x} - 6$;
b) $f(x) = 9^x + 3^{1-2x} - 4$;
c) $f(x) = 2^x + 4^{2-\frac{x}{2}} - 10$;
d) $f(x) = 2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1$.

102. Raskite lygties sprendinius:

a) $\frac{4^{x-1}}{\sqrt{2}} = 16^{x+1} \cdot \frac{8^x}{2^{x+3}}$;

b) $\frac{9^{x-1}}{3} = \frac{27^{x-1}\sqrt{3}}{9^{x+1}}$;

c) $\sqrt{2} \cdot 16^{x-1} = 4^{x-2}(8^{x+3})^{-1}$;

d) $9^{x-1} \cdot 27^{-1} = \sqrt{3} \cdot 9^{x-1} \cdot (3^{2x-1})^{-1}$.

103. Su kuriomis x reikšmėmis teisinga lygybė:

a) $0{,}5^{1-2x} - 0{,}25^{1-x} + 2^{2x-3} = 48$;

b) $2^{x-2} + 0{,}125 \cdot 8^{\frac{1}{3}x} - 0{,}5^{4-x} = 10$;

c) $(0{,}2)^{1-2x} - 3 \cdot 25^{x-1} - 7 \cdot 5^{2x-3} = 3$;

d) $0{,}25 \cdot 8^x + 5 \cdot 2^{3x-1} + 0{,}5^{5-3x} = 178$;

e) $4^x \cdot (\sqrt{3^x})^8 - \left(\frac{1}{27}\right)^{-1} \cdot 8^{2x-1} = 0$;

f) $(0{,}75)^{x-1} \cdot \left(0{,}(6)\right)^x = 2{,}(6)$?

104. Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} 2^{x+y} = 8, \\ x^3 + y^3 = 9; \end{cases}$

b) $\begin{cases} xy = 2, \\ 2^{3x+y} = 32; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 6, \\ y^{x^2-7x+12} = 1; \end{cases}$

d) $\begin{cases} 27^x = 9^y, \\ 81^x \cdot 3^{-y} = 243; \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3^x - 2^{2y} = 77, \\ 3^{0,5x} - 2^y = 7; \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 75, \\ 3^y \cdot 5^x = 45. \end{cases}$

105. Išspręskite nelygybę:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+5x} \geqslant 1$;

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3-x} < 25$;

c) $3^{5-3x} \leqslant 81$;

d) $\left(\frac{5}{2}\right)^{2x-3} \leqslant 15\frac{5}{8}$;

e) $5^{\frac{1}{x-2}} \leqslant \frac{1}{25}$;

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x-3}} > 27$;

g) $3^{\frac{1}{2x-1}} \geqslant \sqrt{3}$;

h) $2^{\frac{1}{x-2}} < \frac{1}{4}$;

i) $5^{\frac{x^2-3x+2}{x+2}} < 1$;

j) $2^{\frac{x-3}{x^2-4x-5}} > 1$.

106. Raskite didžiausiąjį sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę:

a) $0{,}9^x > 1\frac{19}{81}$;

b) $0{,}7^x > 2\frac{2}{49}$;

c) $5^{|x|} < 0{,}2^{2x+60}$;

d) $\left(3\sqrt{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{4x+2}$.

107. Raskite mažiausiąjį sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę:

a) $(0{,}02)^{6x-7} < 1$;

b) $0{,}4^x > 0{,}16 \cdot 0{,}4^{5x+4}$;

c) $4^{x^2} < 16^{x+4}$;

d) $625^x \cdot 5^{10} < 5^{x^2}\sqrt{625^{-1}}$.

108. Išspręskite nelygybę:

a) $81^x - 4 \cdot 9^x + 3 < 0$;

b) $2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} \leqslant 1$;

c) $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} < 0{,}2$;

d) $0{,}5^{2\sqrt{x}} + 2 > 3 \cdot 0{,}5^{\sqrt{x}}$.

109. Išspręskite nelygybę:

a) $3^{4x-2} - \frac{4}{3} \cdot \left(3\sqrt{3}\right)^{\frac{4x}{3}} + 3 < 0$; b) $4^{x-2} - 3(2\sqrt{2})^{-\frac{(4-2x)}{3}} + 2 \leqslant 0$;

c) $10 \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^{\frac{2x}{3}} < 4^x + 16$; d) $3^{x+1} + 3^{2-x} \geqslant 9^{\frac{1}{2}} \cdot 0{,}25^{-1}$;

e) $4^x + \left(2\sqrt{2}\right)^{2-\frac{4x}{3}} > 6$; f) $16^{x+0{,}5} \leqslant 15 \cdot 4^x + 4$;

g) $4^{-x+0{,}5} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 > 0$; h) $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$.

110. Įrodykite, kad su $x \geqslant 1$ teisinga nelygybė $\frac{2^x+3^x}{3^x+4^x} \leqslant \frac{5}{7}$.

111. Išspręskite lygtį:

$1 - \frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}} = x^2$.

112. Išspręskite nelygybę:

a) $x^{3x-1} \leqslant 1$; b) $(x-2)^{x^2-6x+8} > 1$.

113. Išspręskite lygtį:

a) $|3x-2|^{\sqrt{2x-3x^2}} = 1$; b) $|1-3x|^{\sqrt{5x^2+7x-2}} = |1-3x|^2$;

c) $|2x+1|^{\sqrt{2x^2-5x-2}} = |2x+1|$; d) $|2+x|^{\sqrt{x^2-x-2}} = |2+x|^2$.

114. Su kuria x reikšme funkcijos $f(x) = \left(8^{\frac{1}{x-1}}\right)^{x+1} \cdot \left(4^{\frac{1}{x+1}}\right)^{x-1} \cdot \left(2^{4x-5}\right)^{\frac{1}{x^2-1}}$ reikšmė lygi 1?

115. Įrodykite, kad funkcijų $f(x) = 4^x - 3 \cdot 2^x$ ir $g(x) = -4 - 5 \cdot 2^x$ grafikai neturi bendrų taškų.

116. Nustatykite visus ašies Ox taškus, kuriuose funkcija $h(x) = \sqrt{3 \cdot 81^{\frac{1}{x}} - 10 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 3}$ yra neapibrėžta.

117. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $f(x)$ grafikas yra virš tiesės $y = 1$, kai:

a) $f(x) = 0{,}7^{x^2-8x+7}$; b) $f(x) = 5^{x^2-8x-20}$; c) $f(x) = 0{,}3^{7+4x} + 0{,}973$?

118. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $f(x)$ grafikas yra žemiau tiesės $y = 1$, kai:

a) $f(x) = 2^{x^2-9x+20}$; b) $f(x) = 0{,}1^{x^2-5x-24}$; c) $f(x) = 0{,}04^{5x-8} - 624$.

119. Išspręskite nelygybių sistemą;

a) $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+1} < 2; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4^x + 2^{x+1} - 8 < 0, \\ \sqrt{1-x} \geqslant 0. \end{cases}$

120. Duota funkcija $f(x) = 2^x$.

a) Raskite funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmę intervale [0; 3].

b) Išspręskite lygtį $f(x) \cdot (f(x) - 8) = 0$.

c) Išspręskite lygčių sistemą $\begin{cases} y^2 = 16, \\ y = f(x). \end{cases}$

d) Su kuriomis a reikšmėmis lygtis $f(x) = a^2 - 16$ neturi realiųjų sprendinių?

3.4. LOGARITMINĖ FUNKCIJA

121. Raskite skaičiaus, užrašyto laipsniu, logaritmą pagrindu a.

a) $81 = 9^2$, $a = 9$; b) $\frac{1}{49} = 7^{-2}$, $a = 7$;

c) $\frac{8}{125} = 0{,}4^3$, $a = 0{,}4$; d) $\frac{1}{625} = 0{,}2^4$, $a = 0{,}2$.

122. Apskaičiuokite:

a) $\log_2 0{,}25$; b) $\log_{\frac{1}{3}} 81$;

c) $\log_2 2 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 1$; d) $\log_2 2 + \log_3 3 + \log_5 1 + \log_4 \frac{1}{4}$;

e) $\log_{11} \sqrt{11} - \log_{\sqrt{12}} 144$; f) $\log_{121} \sqrt{11} + \log_{144} \sqrt{12}$.

123. Apskaičiuokite remdamiesi pagrindine logaritmų tapatybe:

a) $10^{\lg 0,5}$; b) $100^{\lg 2}$; c) $0,1^{\lg 3}$;

d) $4^{\log_2 \sqrt{2}}$; e) $3^{\log_{\frac{1}{3}} 9}$; f) $1000^{\lg \frac{1}{2}}$.

124. Remdamiesi logaritmo apibrėžimu raskite x:

a) $\log_x \frac{1}{27} = -3$; b) $\log_{3\sqrt{3}} x = -\frac{2}{3}$;

c) $\log_x 0{,}125 = -2$; d) $\log_{9\sqrt{3}} x = -\frac{4}{5}$;

e) $\log_{\sqrt{3}} 9 = x$; f) $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$.

125. Pakeiskite logaritmų suma arba skirtumu:

a) $\log_4 (3x^2)$; b) $\log_2 \left(\frac{4x}{x+1}\right)$; c) $\log_{\frac{1}{2}} (2\sqrt{x})$;

d) $\lg \frac{0{,}5x^3}{\sqrt[5]{x}}$; e) $\lg \frac{10}{3x}$; f) $\lg(200x^{200})$.

126. Apskaičiuokite:

a) $\log_5 5^4 + \lg 1000$; b) $\log_{\sqrt{2}} 256 - \log_{\sqrt{2}} 64$;

c) $\left(\log_5^2 25 - \log_6^2 36\right) \cdot \log_7^2 49$; d) $(3\lg 2 + \lg 0{,}25) : (\lg 14 - \lg 7)$;

e) $\left(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8}\right)^{\lg 5}$; f) $\left(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4}\right)^{\log_5 7}$.

127. Pasirinkite teisingą atsakymą:

a) $\lg(5\lg 100)^2 =$
A 2 **B** $\frac{1}{2}$ **C** 4 **D** $\lg 25$ **E** -1

b) $\log_2 \left(\log_2 \sqrt{\sqrt[4]{2}}\right) =$
A 3 **B** -3 **C** $\frac{1}{8}$ **D** $\frac{1}{4}$ **E** -1

c) $4^{2\log_2 3} : 5^{-\log_{0,2} 9} =$
A -9 **B** 1 **C** $\frac{4}{5}$ **D** $\frac{5}{4}$ **E** 9

d) $\log_{2002} \sqrt{2002} + \log_{\sqrt{2003}} 2003 =$
A 2002 **B** 2003 **C** $\frac{2002}{2003}$ **D** $2002 \cdot 2003$ **E** 2,5

128. Raskite x, kai:

a) $\log_{\sqrt[3]{2}} \frac{1}{8} = x$;
b) $2^{\log_2 4} + 2^{\log_2 32} = x$;
c) $\log_6 x = \log_6 18 - \log_6 2 + \log_6 3$;
d) $\log_6 x = \log_6 6^9 - \log_6 6^5$;
e) $\log_2 \sqrt{2} = x \log_{\sqrt{2}} 2$;
f) $6 \log_6 \sqrt[6]{6} - x \log_{\sqrt{6}} 6 = 0$.

129. Raskite nurodyto reiškinio logaritmą pagrindu 10:

$100x^{-2}y^4$; $200a^4m^{-2}$; $0{,}001a^3b$; $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}}x^{10}$; $\frac{a^3m^{0,2}}{\sqrt{0,1}}$.

130. Raskite nurodyto reiškinio logaritmą pagrindu $\frac{1}{2}$:

$\frac{1}{2}a^3\sqrt{3}$; $32x^5\sqrt[3]{a}$; $\frac{16}{128}m^{\frac{1}{3}}y^2$; $0{,}25a\sqrt{3}$; $\frac{3x}{\sqrt[3]{2}}$.

131. Išreikškite kintamąjį y kintamuoju x:

a) $x = 5 \cdot 10^y$;
b) $x = \frac{1}{3} \cdot 10^{2y-1}$;
c) $x = \frac{7^{y+2}}{\sqrt{7}}$;
d) $x = \frac{\sqrt{3}}{3^{y+3}}$.

132. Palyginkite:

a) $\log_5 7$ ir $\log_5 8$;
b) $\log_{\frac{1}{5}} 7$ ir $\log_{\frac{1}{5}} 8$;
c) $\lg 1{,}05$ ir $\lg 1{,}05^2$;
d) $\lg 12 - \lg 5$ ir $\lg 5 - \lg 2$.

133. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinys turi prasmę:

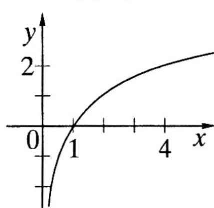
a) $\log_2(x^2 - 100)$;
b) $\lg(x^2 - x)$;
c) $\lg \frac{3x+7}{x-3}$;
d) $\log_{0,1} \frac{6-5x}{3x+5}$;
e) $\log_\pi \frac{6x}{2x-1}$;
f) $\log_\pi (36 - 9x^2)$?

134. Pasirinkite teisingą atsakymą.

a) Jeigu $\log_a 27 = \frac{3}{2}$, tai $a =$
A 3 **B** 6 **C** 9 **D** 18 **E** 27

b) Jeigu $\log_2 x = b$, tai $\log_2 32\sqrt{x^2} =$
A $5 + b$ **B** $16 + \frac{2}{3}b$ **C** $5 + 1{,}5b$ **D** $\frac{2}{3}b - 5$ **E** $1{,}5b - 5$

c) Brėžinyje pavaizduotas šios funkcijos grafikas:



A $y = \log_4(-x)$
B $y = 2^x$
C $y = \log_{0,5} x$
D $y = \log_4 x$
E $y = \log_2 x$

135. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $f(x) = \frac{\lg(x+1)}{x-1} - \sqrt{5-x}$;
b) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x} - \lg(3-x)$;
c) $f(x) = \lg(2^x \cdot 5^x - 0{,}1 \cdot 10^{3x})$;
d) $f(x) = \lg\left(\frac{6-x^2-x}{x^2-7x+12}\right)$.

136. Duota funkcija $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+2)$.

1) Raskite šios funkcijos atvirkštinę funkciją $h(x)$.
2) Nurodykite duotosios ir jai atvirkštinės funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis.
3) Išspręskite lygtį:
   a) $f(-1) = h(x)$; b) $h(-1) = f(x)$.

137. Duota funkcija $f(x) = 3^x + 2$.

1) Raskite šios funkcijos atvirkštinę funkciją $h(x)$.
2) Nurodykite duotosios ir jai atvirkštinės funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis.
3) Išspręskite lygtį:
   a) $f(0) = h(x)$; b) $h(3) = f(x)$.

138. Apskaičiuokite:

a) $f(-1)$; $f(0)$; $f(3)$, kai $f(x) = \log_3(2x+3) - 0{,}7^x$;

b) $f\left(\frac{1}{10}\right)$; $f(1)$; $f(100)$, kai $f(x) = \lg(10x) + \sqrt[100]{x^{200}}$.

139. Raskite funkcijos reikšmių sritį:

a) $f(x) = \sqrt{\lg x}$; b) $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x}$;

c) $f(x) = |\lg x| - 2$; d) $f(x) = \lg|x-2|$.

140. Funkcijos $y = A\log_2(x - K)$ $(A \neq 0)$ grafikas eina per taškus $N(4; 0)$ ir $L(11; 6)$. Raskite koeficientus A ir K.

141. Kuri iš šių funkcijų didėja visoje savo apibrėžimo srityje:

a) $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{4x+2}$; b) $y = \log_{\frac{1}{8}} x + \log_2 x$;

c) $y = \lg(x^2)$; d) $y = 4^{2-x}$?

142. Su kuriomis x reikšmėmis funkcija $f(x)$ įgyja reikšmes -1; 0; 1, kai:

a) $f(x) = \lg(9 - 7x)$; b) $f(x) = \log_3(x^2 - 9)$;

c) $f(x) = \lg\frac{x-2}{x+3}$; d) $f(x) = \log_{0,1}\frac{2x}{x-1}$?

143. Kokia turi būti x reikšmė, kad būtų teisinga nelygybė:

a) $\log_x \pi > \log_x 3{,}14$; b) $\log_x \frac{1}{\pi} > \log_x \frac{1}{3{,}14}$;

c) $\log_7 x > 1$; d) $\log_{0,5} x < 1$?

144. Koks reiškinio ženklas:

a) $\frac{\log_6 6 - \log_6 4}{\log_{0,5} 4 - \log_{0,5} 3}$; b) $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} 3}{\log_5 0{,}6 + \log_5 0{,}5}$?

145. Išspręskite lygtį:

a) $\lg x = \lg 25 - \lg 5$; b) $\lg x = \lg 6 - \lg 2$;

c) $\log_3(2x - 1) = 2$; d) $\log_2(3x + 1) = 4$;

e) $\log_{0,5}(0{,}5x - 2) = 1$; f) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x}{27} - 2\right) = 3$;

g) $\log_2 x = \log_2 3 + \log_2\frac{\sqrt{2}}{3}$; h) $\log_3 x = \frac{1}{2}\log_3 16 + 3\log_3 0{,}5$.

146. Su kuria x reikšme reiškinio reikšmė lygi 0:

a) $\log_5 \frac{1-2x}{x+3} - 1$;
b) $\log_4 \frac{4+2x}{x-5} - 2$;
c) $1 + \log_{\frac{1}{4}} \frac{3x+2}{2x-7}$;
d) $2 + \log_{\frac{1}{6}} \frac{16-20x}{3x+4}$?

147. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinių reikšmės yra lygios:

a) $\log_2(7-x) - 3\log_2\left(\sqrt[3]{x+1}\right)^{-1}$ ir $\log_2(2x+11)$;

b) $\log_5 x + \log_5(x+2)^{-1}$ ir $\log_5 2 - 2\log_5\sqrt{x-1}$;

c) $\log_3 x + 3\log_3\sqrt[3]{x-2}$ ir $\frac{1}{3}\log_3 8$;

d) $\log_2(5x-7)$ ir $3\log_2\sqrt[3]{x-1} + \log_2(x+1)$?

148. Išspręskite lygtį:

a) $\lg^2 x - 3\lg x = \lg x^2 - 4$;
b) $\lg^2 x - \lg x^4 = \lg x + 6$;
c) $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 8 = 0$;
d) $\log_2^2 x + 2\log_2\sqrt{2} - 2 = 0$;
e) $\frac{1}{4}\lg^2 x = 1 - 0{,}75\lg x$;
f) $\frac{1}{6}\lg^2 x + 2 = 0{,}5\lg x$.

149. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmė lygi nuliui:

a) $h(x) = \lg\left(3 + 2\lg(x+1)\right)$;

b) $h(x) = \lg\left(\sqrt[3]{x+1}\right) - \frac{1}{3}\lg(x+19)$;

c) $h(x) = \log_3\log_5(x^2-44)$;

d) $h(x) = \lg\lg\lg x$;

e) $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{x}{2}\right) - \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2 - \frac{x}{4}}$;

f) $h(x) = \left(x^{10} - 4x^6\right)\log_3 x$;

g) $h(x) = \left(x^5 - 8x^2\right)\log_2(x-1)$;

h) $\sqrt{2\lg(-x)} = \lg\sqrt{x^2}$?

150. Raskite funkcijos $f(x) = \log_2\log_3\left(2^{\sqrt{x}} + 1\right)$ grafiko taško abscisę, jei jo ordinatė lygi 1.

151. Grafiškai išspręskite lygtį:

a) $\log_2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$;
b) $\log_2(4x-4) = x$;
c) $\log_{\frac{1}{2}}(-2x) = x$;
d) $\log_2 2x = x$;
e) $\log_{\frac{1}{2}}(-3x-1) = x$;
f) $\log_{\frac{1}{2}}(-4x-4) = x$.

152. Išspręskite lygtį:

a) $\frac{\lg(x+1)}{\lg 4 - \lg 2} = 3$;
b) $\frac{\lg(x^2-5x+68)}{\lg 16 - \lg 2} = 2$;
c) $\frac{2\lg x}{\lg(5x-4)} = 1$;
d) $\frac{\lg(2x^2-9x-9)}{\lg(3-x)} = 2$.

153. Su kuriomis x reikšmėmis teisingos lygybės:

a) $\log_2(4^x + 1) = x + \log_2(2^{x+1} - 6)$;

b) $x(1 - \lg 5) = \lg(4^x - 12)$;

c) $\lg(5^x + x + 20) = x - x\lg 2$;

d) $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$?

154. Išspręskite lygtį logaritmuodami:

a) $x^{\lg x - 5} = 0{,}000001$; b) $x^{\lg x} = 10\,000$;

c) $x^{\lg x + 2} = 1000$; d) $x^{2 - \frac{1}{2}\lg x} = 100$;

e) $x^{\lg x - 1} = 10^{3\lg x - 4}$; f) $x^{\log_4 x + 2} = 4^{6\log_4 x}$.

155. Funkcijos $g(x) = \log_{1-x}(x - 4)$ apibrėžimo sritis yra:
A $(-\infty; +\infty)$ **B** $[4; +\infty)$ **C** $(0; 1)$ **D** $(0; 1) \cup (1; 4)$ **E** $\varnothing$

156. Išspręskite lygtį:

a) $\log_{x-1}(x^2 + 2 - 3x) = 2$; b) $\log_x(3x^2 - 2x) = 2$;

c) $\log_{x+1}(x^3 + 2x^2 + 11) = 3$; d) $\log_{2-x}(-x^3 - 2x^2 + 8) = 3$.

157. Apskaičiuokite:

a) $(\log_3 4 + \log_2 9)^2 - (\log_3 4 - \log_2 9)^2$;

b) $(\log_5 36 - \log_6 25)^2 + (\log_5 36 - \log_6 25)^2$;

c) $\frac{\log_3 12}{\log_{36} 3} - \frac{\log_3 4}{\log_{108} 3}$;

d) $\frac{\log_5 10}{\log_{250} 5} - \frac{\log_5 2}{\log_{1250} 5}$;

e) $\log_7 2 + \log_7(5 - \sqrt{0{,}5}) + 0{,}5\log_{\sqrt{7}}(5 + \sqrt{0{,}5})$;

f) $\log_{\sqrt{5}} 25 + \frac{1}{3}\log_{\sqrt[3]{5}}(5 - 2\sqrt{5}) + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{5}}(2\sqrt{5} + 5)$.

158. Išspręskite lygtį:

a) $\log_5 x + \log_{\sqrt{5}} x + \log_{\frac{1}{25}} x = 5$;

b) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$;

c) $\log_5(x - 2) + \log_{\sqrt{5}}(x^3 - 2) + \log_{0,2}(x - 2) = 4$;

d) $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$.

159. Su kuria x reikšme lygybė yra teisinga:

a) $2\log_x 25 - 3\log_{25} x = 1$; b) $2\log_4 x + 2\log_x 4 = 5$;

c) $\log_{81} x + \log_3 x = 2{,}5$; d) $3\log_2 x^2 + \log_{0,5} x = 15$?

160. Išspręskite lygtį:

a) $\log_{3x+7}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4$;

b) $\log_{2x+1}(5 + 8x - 4x^2) + \log_{5-2x}(1 + 4x + 4x^2) = 4$.

161. Raskite lygčių sistemos sprendinius:

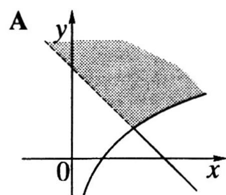
a) $\begin{cases} x - y = 7, \\ \log_2(2x + y) = 3; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + y = 10, \\ \log_2(3y - x) = 2; \end{cases}$

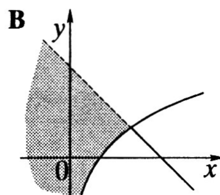
c) $\begin{cases} \log_7 y - \log_7 4 = \log_7(x + 1), \\ x + 4y = 16; \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x - y = 2, \\ \log_{12} x + \log_{12} 3 = \log_{12}(y + 1); \end{cases}$

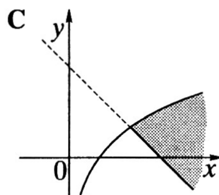
e) $\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 1 + 3\lg 2, \\ \lg(x + y) - \lg(x - y) = \lg 30 - 1; \end{cases}$ f) $\begin{cases} \log_2(x - y) = 5 - \log_2(x + y), \\ \frac{\lg 3 - \lg y}{\lg x - \lg 4} = 1; \end{cases}$

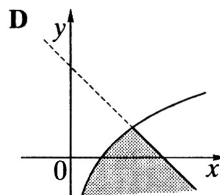
g) $\begin{cases} \log_4 x + \log_x 4 = 2{,}5, \\ xy = 27; \end{cases}$ h) $\begin{cases} \log_x y = 2, \\ \log_{x+1}(y + 27) = 2. \end{cases}$

162. Kuriame brėžinyje pavaizduota nelygybių sistemos $\begin{cases} y \leqslant \log_2 x, \\ y > 3 - x \end{cases}$ sprendinių aibė:

A


B


C


D


163. Išspręskite nelygybę:

a) $\lg(x - 1) < 1;$ b) $\lg(x - 2) > 0;$

c) $\lg(x + 1) < -1;$ d) $\lg(2x - 3) > \frac{1}{2}.$

164. Raskite mažiausią sveikąjį nelygybės sprendinį:

a) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 3) \leqslant 0;$ b) $\log_3(x - 8) > 1;$

c) $\log_{\frac{1}{2}}(6 - x) > -2;$ d) $\lg(3x - 2) \geqslant 1.$

165. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmės yra neigiamos:

a) $m(x) = \log_{0,5} \frac{2x-5}{x+2};$ b) $m(x) = \log_2 \frac{4x-1}{x+5};$

c) $m(x) = \log_{0,5}(3x - 2);$ d) $m(x) = \lg(2x - 1) - \lg(5x + 7);$

e) $m(x) = 0{,}3^{\log_2 \frac{3x-1}{x-2}} - 0{,}3;$ f) $m(x) = \lg(x^2 - 6) - 1?$

166. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $g(x)$ grafikas yra aukščiau tiesės $y = 1$:

a) $g(x) = \log_4 \left(\frac{5-x}{x-2}\right);$ b) $g(x) = \log_{0,6} \left(\frac{x-1}{6x-2}\right)?$

167. Raskite funkcijos $y = \log_2 \sqrt{2^{1-x}}$ grafiko taškų, kurie yra ne aukščiau tiesės $y = 3$, abscises.

168. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmės yra teigiamos:

a) $g(x) = \log_4 \frac{x+3}{6x-5};$ b) $g(x) = \log_{0,3} \frac{x+9}{x-2} - 1;$

c) $g(x) = \log_2(3x - 5) - \log_2(x + 3);$

d) $g(x) = \log_{0,5}(3x + 1) - \log_{0,5}(2x + 5);$

e) $g(x) = \lg^2 x - 1;$ f) $g(x) = 2\lg x^2 + 2?$

169. Išspręskite nelygybę:

a) $\frac{x+4}{\lg x} \geqslant 0$; b) $\frac{x+5}{\log_{\frac{1}{3}} x} > 0$; c) $\frac{x-3}{\log_5 x} \leqslant 0$; d) $\frac{3x-1}{\log_{\frac{1}{4}} x} > 0$.

170. Su kuriomis x reikšmėmis nelygybė yra teisinga:

a) $\frac{\lg(x^2-9)}{\lg(4x-12)} \geqslant 1$; b) $\frac{\lg(x^2-4)}{\lg(5x-10)} \leqslant 1$;

c) $\log_{\frac{1}{3}} \log_4(x^2 - 5) > 0$; d) $\log_{0,5} \log_6 \frac{x^2+x}{x+1} < 0$;

e) $\log_5^2 x < 1$; f) $\log_3^2 x > 4$;

g) $2^{\lg x} + 2^{3-\lg x} \leqslant 6$; h) $3^{\lg x} + 3^{1-\lg x} \geqslant 4$;

i) $\log_3 |2x - 7| < 1$; j) $\log_{\frac{1}{5}} |5 - 3x| < -2$?

171. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmės didesnės už vienetą:

a) $f(x) = \log_{x+1} \frac{3x}{5x-8}$; b) $f(x) = \log_{x+2} \frac{4x}{5x-8}$?

172. Ar nelygybės apibrėžimo sritis sutampa su jos sprendinių aibe:

a) $4^{\log_3 \frac{2}{x+2}} < 1$; b) $10^{\log_{0,5} \frac{3}{x+3}} > 1$?

173. Įrodykite, kad lygtis $\lg(10 - 3x^2) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$ neturi sprendinių.

174. Raskite nelygybės natūraliuosius sprendinius:

a) $\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 x) > 0$; b) $\lg(\log_7 x) < 0$.

175. Stačiojo trikampio statiniai lygūs $\log_4 9$ ir $\log_3 16$. Raskite trikampio plotą.

176. Duota funkcija $f(x) = \frac{1}{1+\log_2 x} + \frac{4}{1-\log_2 x}$.

a) Raskite funkcijos apibrėžimo sritį.
b) Išspręskite lygtis: $f(x) = \frac{1}{2}$ ir $f(4) = x$.
c) Išspręskite nelygybę: $f(x) \geqslant 5$.

177. Duota funkcija $h(x) = \log_2 \frac{4-x}{x-1}$.

a) Apskaičiuokite: $h(2)$; $h(3)$; $h\left(3\frac{2}{3}\right)$.
b) Raskite funkcijos $h(x)$ apibrėžimo sritį.
c) Nustatykite taško, kuriame funkcijos grafikas kerta abscisių ašį, koordinates.
d) Išspręskite lygtį: $h(x) = 3$.
e) Išspręskite nelygybę: $h(x) + 3 < \log_2(13 - 3x)$.

178. Duotos funkcijos: $f(x) = \log_2(x + 2) - \log_2(5 - x)$ ir $g(x) = \log_2 \frac{x+2}{5-x}$.

a) Nustatykite ar sutampa funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ apibrėžimo sritys.
b) Išspręskite lygtis: $f(x) = 4$ ir $g(4) = x$.
c) Išspręskite nelygybes: $g(x) < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{0,5x+1}$ ir $f(0) < \log_{\frac{1}{2}} 2{,}5x$.

179. Duota funkcija $f(x) = \log_2(4^x - 8)$.

a) Raskite funkcijos reikšmę, kai $x = 1 + \frac{1}{2}\log_2 6$.
b) Įrodykite tapatybę: $f(x) = \log_2\left(2^x - \frac{8}{2^x}\right) + x$.
c) Raskite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo ir reikšmių sritis.
d) Įrodykite, kad su visomis x reikšmėmis teisinga nelygybė: $f(x) < 2x$.

3.5. TRIGONOMETRINĖS FUNKCIJOS

180. Išreikškite radianais: 450°; −210°; 390°; −2002°; 7,8°; −0,38°.

181. Išreikškite laipsniais: $\frac{4}{3}\pi$; $\frac{7}{5}\pi$; $-\frac{13}{12}\pi$; $-\frac{4}{9}\pi$; $3{,}2\pi$; $-2{,}01\pi$.

182. Raskite:

a) rombo kampus laipsniais ir radianais, kai kampų, esančių prie vienos jo kraštinės didumų santykis yra 1 : 2;

b) taisyklingojo dvylikakampio kampus laipsniais ir radianais.

183. Užpildykite lentelę, kai R — apskritimo spindulys, α — išpjovos centrinis kampas, l — išpjovos lanko ilgis, S — išpjovos plotas, P — išpjovos perimetras.

R	36 cm	0,4 dm	0,3 dm	$\frac{1}{4}$ m	
α	$\frac{5}{9}$	0,25			0,1
l				$\frac{3}{4}$ m	
S			4,5 cm^2		12,8 dm^2
P					

184. Raskite:

a) centrinio kampo didumą radianais, jei jį atitinkančio lanko ilgis lygus apskritimo skersmeniui;

b) išpjovos centrinio kampo didumą radianais, jei ją atitinkančio lanko ilgis 3 kartus mažesnis už jos perimetrą.

185. Spindulys OA pasuktas kampu α sutampa su spinduliu OB. Nurodykite dar du teigiamus ir du neigiamus posūkio kampus, su kuriais pradinis spindulys OA sutampa su tuo pačiu spinduliu OB, kai kampas α lygus:

a) 210°; b) 303°; c) $\frac{2\pi}{3}$; d) $\frac{\pi}{9}$.

186. Kuriam ketvirčiui priklauso kampas α, kai:

a) $\alpha = 200°$; −40°; 530°; −170°; 490°; 2002°;

b) $\alpha = 1{,}8\pi$; $-0{,}6\pi$; $2{,}1\pi$; $-2{,}7\pi$; 3; 6; $\pi + 1$?

187. Pavaizduokite posūkio kampą, lygų:

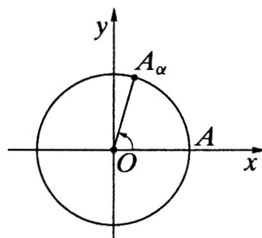
a) 225°; b) −720°; c) 270°;

d) −405°; e) 495°; f) −585°.

188. Apskaičiuokite, kiek laipsnių turi kampas, kuriuo pasisuka valandinė rodyklė per 5 val.; $2\frac{1}{2}$ val.; $9\frac{1}{3}$ val.; 0,45 val.; $\frac{2}{9}$ val.

189. Taškas A_α yra gautas pasukus pradinį spindulį OA kampu α. Nustatykite, kokiais kampais reikia pasukti spindulį OA, kad gautume taškus, simetriškus taškui A_α ašių Ox, Oy ir tiesės $y = x$ atžvilgiu, kai kampas α lygus:

a) 60°; b) 150°; c) −90°.



190. Taisyklingasis trikampis ABC įbrėžtas į vienetinį apskritimą. Raskite taškų B ir C koordinates, kai taško A abscisė lygi 1, o ordinatė 0.

191. Taisyklingasis šešiakampis įbrėžtas į apskritimą. Viena jo viršūnė yra taške $A(1; 0)$. Raskite kitų šešiakampio viršūnių koordinates.

192. Taškas A_α yra gautas pasukus vienetinio apskritimo spindulį OA ($A(1; 0)$) kampu α. Raskite taško A_α koordinates, kai kampas α lygus:
$\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{4}$; $-\pi$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{3}{2}\pi$; $-\frac{\pi}{3}$; 6π.

193. Ar gali to paties kampo sinusas ir kosinusas būti lygūs atitinkamai skaičiams:

a) $\frac{24}{25}$ ir $-\frac{7}{25}$; b) 0,2 ir 0,8; c) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ ir $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; d) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ ir $\sqrt{\frac{3}{7}}$?

194. Ar gali to paties kampo tangentas ir kotangentas būti lygūs atitinkamai skaičiams:

a) $-\frac{3}{5}$ ir $-\frac{5}{3}$; b) $\sqrt{3}-2$ ir $\sqrt{3}+2$; c) 2,5 ir $-\frac{2}{5}$; d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ir $\frac{2\sqrt{5}}{5}$?

195. Suprastinkite:

a) $\frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}\cdot\frac{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha}$;

b) $\frac{\sin(-\alpha)+\operatorname{tg}(-\alpha)}{1+\cos(-\alpha)}$;

c) $\left(\operatorname{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha\right)\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha}{\sin^2\alpha}$;

d) $\frac{1}{(\sin(-\alpha)\cdot\operatorname{tg}(-\alpha)+\cos\alpha)^2}+\sin^2(-\alpha)$;

e) $\cos(-\alpha)+\cos\alpha\operatorname{tg}^2(-\alpha)$;

f) $\sin^3\alpha(1+\operatorname{ctg}\alpha)+\cos^3\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha)$.

196. Įrodykite tapatybes:

a) $\frac{\sin^2\beta}{\sin\beta-\cos\beta}-\frac{\sin\beta+\cos\beta}{\operatorname{tg}^2\beta-1}=\sin\beta+\cos\beta$;

b) $-\operatorname{ctg}(-\alpha)-\frac{\sin(-\alpha)}{1+\cos(-\alpha)}=\frac{1}{\sin\alpha}$;

c) $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\gamma}+\sin^4\gamma+\sin^2\gamma\cdot\cos^2\gamma=1$;

d) $\frac{1-2\sin^2x}{\cos x+\sin x}+\frac{1-2\cos^2x}{\sin x-\cos x}=2\cos x$.

197. Apskaičiuokite:

a) $\frac{\sin(\alpha+15^\circ)-\sin\alpha}{\sin 2\alpha}$, kai $\alpha=45^\circ$;

b) $\frac{\cos\alpha-\cos(\alpha+15^\circ)}{\cos 2\alpha}$, kai $\alpha=30^\circ$;

c) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\sin(-\alpha)$, kai $\alpha=\frac{\pi}{4}$;

d) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(\pi-\alpha)$, kai $\alpha=-\frac{\pi}{6}$.

198. Nustatykite reiškinio ženklą:

a) $\sin(-212^\circ)$; b) $\cos(305^\circ)$; c) $\operatorname{ctg}\frac{7}{5}\pi$; d) $\operatorname{tg}\frac{11}{5}\pi$;

e) $\cos(-324^\circ)$; f) $\sin 1005^\circ$; g) $\operatorname{tg} 2002^\circ$; h) $\operatorname{ctg} 10\frac{2}{5}\pi$.

199. Apskaičiuokite:

a) $\sin 930^\circ$; b) $\sin\frac{9\pi}{2}$; c) $\cos(-600^\circ)$; d) $\cos\frac{17}{6}\pi$;

e) $\operatorname{tg}(-765^\circ)$; f) $\operatorname{tg}\frac{13}{4}\pi$; g) $\operatorname{ctg} 840^\circ$; h) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{31}{6}\pi\right)$.

200. Raskite reiškinio reikšmę:

a) $3\cos 180^\circ+5\operatorname{ctg} 270^\circ-2\operatorname{tg} 0^\circ+3\operatorname{tg} 180^\circ-\operatorname{tg} 60^\circ$;

b) $2\sin\pi-2\cos\frac{3\pi}{2}+3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\pi$;

c) $5-\sin^2\frac{\pi}{4}+2\cos^2\frac{\pi}{4}-5\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}$;

d) $3\sin^2 45^\circ-(2\operatorname{tg} 45^\circ)^3-4\cos^2 30^\circ+3\operatorname{ctg}^3 90^\circ$;

e) $\frac{1{,}5-\sin^2\frac{\pi}{6}+3\cos^2\frac{\pi}{4}}{2\sin\frac{\pi}{3}}$;

f) $\frac{0{,}3-\sin^2 30°-\cos^2 60°+4\,\mathrm{tg}\,45°}{2\sin 30°+1}$.

201. Apskaičiuokite:

a) $\sin\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$ ir $\mathrm{ctg}\,\alpha$, kai $\cos\alpha=-\frac{9}{41}$ ir $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$;

b) $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$ ir $\mathrm{ctg}\,\alpha$, kai $\sin\alpha=-\frac{24}{25}$ ir $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$;

c) $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ ir $\mathrm{ctg}\,\alpha$, kai $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{5}{12}$ ir $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$;

d) $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ ir $\mathrm{tg}\,\alpha$, kai $\mathrm{ctg}\,\alpha=3$ ir $\alpha\in\left(\pi;\frac{3}{2}\pi\right)$.

202. Raskite funkcijos mažiausią teigiamą periodą:

$\sin\frac{x}{2}$; $\mathrm{tg}\,3x$; $3\cos 4x$; $\frac{1}{2}\mathrm{ctg}\,\frac{x}{3}$; $3\sin 1{,}5x$; $4\cos 2x$; $0{,}2\,\mathrm{tg}\,\frac{x}{10}$.

203. Trigonometrinių funkcijų reikšmes išreikškite intervalo (0; 45°) arba $\left(\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\right)$ kampų trigonometrinių funkcijų reikšmėmis:

a) $\sin 911°$;
b) $\mathrm{ctg}\left(-\frac{22}{7}\pi\right)$;
c) $\cos(-837°)$;
d) $\mathrm{tg}\,\frac{33}{8}\pi$.

204. Nustatykite reiškinio ženklą:

a) $\cos 350°\cdot\sin\frac{5\pi}{4}$;
b) $\sin\frac{7\pi}{3}\cdot\cos 250°$;
c) $\sin\frac{3}{7}\pi\cdot\cos\frac{9}{8}\pi\cdot\mathrm{tg}\,2{,}3\pi$;
d) $\sin 1{,}3\pi\cdot\cos\frac{7}{9}\pi\cdot\mathrm{tg}\,2{,}9$;
e) $\sin 1\cdot\cos 3\cdot\mathrm{ctg}\,5$;
f) $\sin 8\cdot\cos 0{,}7\cdot\mathrm{tg}\,6{,}9$.

205. Įrodykite, kad šios funkcijos yra lyginės:

a) $x^2\cos x$;
b) $x^5\sin\frac{x}{2}$;
c) $\frac{\cos 5x+1}{|x|}$;
d) $\frac{\sin^2 x}{x^2-1}$;
e) $\frac{2\sin\frac{x}{2}}{x^3}$;
f) $\frac{\cos x^3}{4-x^2}$.

206. Įrodykite, kad šios funkcijos yra nelyginės:

a) $x^3\sin x^2$;
b) $x^5\cos 3x$;
c) $\frac{x^4+1}{\sin^3 x}$;
d) $\frac{\cos x^3}{x(25-x^2)}$;
e) $\frac{x^2\sin x}{x^2-9}$;
f) $\frac{\cos^3 x}{5\sin x}$.

207. Nustatykite, kurios iš šių funkcijų yra lyginės, kurios — nelyginės:

a) $\sin x+\mathrm{ctg}\,x-x$;
b) $x^4+\mathrm{tg}^2 x+x\sin x$;
c) $\frac{|x|}{\sin x\cos x}$;
d) $\frac{\mathrm{tg}\,x-\mathrm{ctg}\,x}{|x|}$;
e) $\frac{\sin x}{x^3+1}$;
f) $\frac{x+\sin x}{x-\sin x}$;
g) $\frac{x+\mathrm{tg}\,x}{x\cos x}$;
h) $\frac{\cos x}{x^2+1}$.

208. Suprastinkite:

a) $1+\sin(\pi+\alpha)\cos\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)-\cos^2\alpha$;
b) $\sin^2\alpha-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos(\pi+\alpha)-1$;
c) $\frac{\sin(\pi-\alpha)\,\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\mathrm{tg}\,(2\pi-\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$;
d) $\frac{\cos(\pi-\alpha)\,\mathrm{tg}\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)}{\mathrm{ctg}\,(2\pi-\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$.

209. Įrodykite tapatybę:

a) $\frac{\sin(\pi-\alpha)+\cos\left(\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)\sin^2\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)\sin\left(\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)} = \sin^2\alpha;$

b) $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)\sin\left(\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)}{\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)\sin\left(\alpha+\frac{3}{2}\pi\right)} = \cos\alpha;$

c) $\frac{\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)}{\cos(\pi-\alpha)} - \frac{\operatorname{ctg}(\pi+\alpha)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)} + \operatorname{tg}(\pi-\alpha) = 1;$

d) $\frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos^2\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)} = \operatorname{tg}\alpha.$

210. Pasirinkite teisingą atsakymą:

a) Funkcijos $y = 2\sin 4x$ mažiausias teigiamas periodas yra:
A π **B** 2π **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\frac{3\pi}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4}$

b) Jei $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{8}{9}$, tai $\operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha) =$
A $\frac{8}{9}$ **B** $\frac{1}{9}$ **C** $\frac{1}{8}$ **D** $\frac{9}{8}$ **E** $-\frac{9}{8}$

c) Reiškinio $\sin 495^\circ - \sin 735^\circ + \sin 1095^\circ$ reikšmė lygi:
A $\frac{1}{2}$ **B** 0 **C** 1 **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $-\frac{1}{2}$

d) Reiškinio $\left(\sqrt{\left(\sqrt{5}-\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}-\sqrt{5}\right)^3}\right)^2 - \sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{4}$ reikšmė lygi:
A $37 - 16\sqrt{5}$ **B** 2 **C** 3 **D** $35 - 16\sqrt{5}$ **E** 0

211. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$, kai $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{4}$;

b) $\frac{\sin\beta-\cos\beta}{\cos\beta+\sin\beta}$, kai $\operatorname{tg}\beta = \frac{4}{5}$;

c) $\frac{3\sin^2\alpha+12\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha}$, kai $\operatorname{tg}\alpha = 2$;

d) $\frac{2\sin^2\beta-\sin\beta\cos\beta}{3\sin^2\beta+2\cos^2\beta}$, kai $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{3}$;

e) $\frac{2\sin^2\gamma+3\sin\gamma\cos\gamma-1}{\sin^2\gamma-2\cos^2\gamma}$, kai $\operatorname{tg}\gamma = 2$;

f) $\frac{\sin^2 x-5\sin x\cos x+2}{2\sin^2 x+\cos^2 x}$, kai $\operatorname{ctg}x = -\frac{1}{2}$.

212. Duota, kad $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{14}$ ir kampas $\alpha - \frac{\pi}{3}$ yra trečiame ketvirtyje.

a) Apskaičiuokite $\sin\alpha$.

b) Kokiame ketvirtyje yra kampas $\alpha + \frac{\pi}{6}$?

c) Apskaičiuokite $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$.

213. Duotos funkcijos $f(x)$. Apskaičiuokite jų reikšmes ir užpildykite lentelę:

	$f(x)$ \ x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
a)	$\sin 2x - 3\sin x$				
b)	$\cos 2x + \frac{1}{2}\cos x$				
c)	$2\cos 2x + \frac{1}{3}\sin x$				
d)	$0{,}5\sin 3x + \operatorname{tg}2x$				

214. Raskite reiškinio didžiausią ir mažiausią reikšmes:

a) $1 + 3\cos x$; b) $4\cos^2 x - 1$; c) $\frac{1}{2}\sin^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\pi \cos x + 3$.

215. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $\sin \frac{1}{2}x$; b) $\cos 3x$; c) $\operatorname{tg}(x - 1)$;
d) $\operatorname{ctg}(2x + 3)$; e) $\sin(5 + x)$; f) $\cos(0{,}4 - x)$.

216. Raskite funkcijos reikšmių sritį:

a) $\sin 10x$; b) $10\cos \frac{1}{100}x$; c) $-0{,}5\sin(-5x)$;
d) $\sqrt{2}\cos(\sqrt{2}x)$; e) $-\operatorname{tg}^2(x + 1)$; f) $\operatorname{ctg}(-x)$.

217. Išdėstykite skaičius didėjimo tvarka:

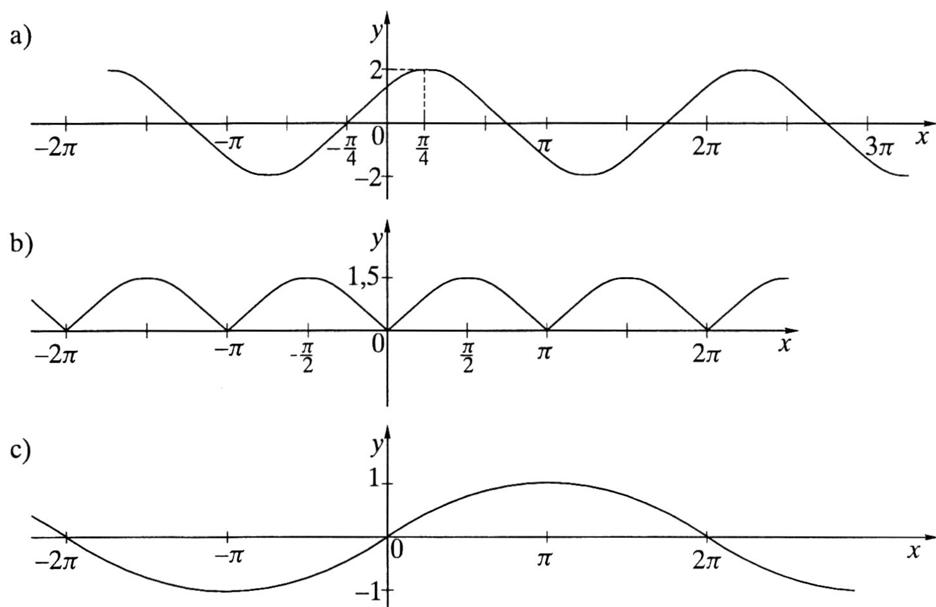
a) $\sin 20°$; $\sin(-30°)$; $\sin 30°$; $\sin 170°$; $\sin 270°$;

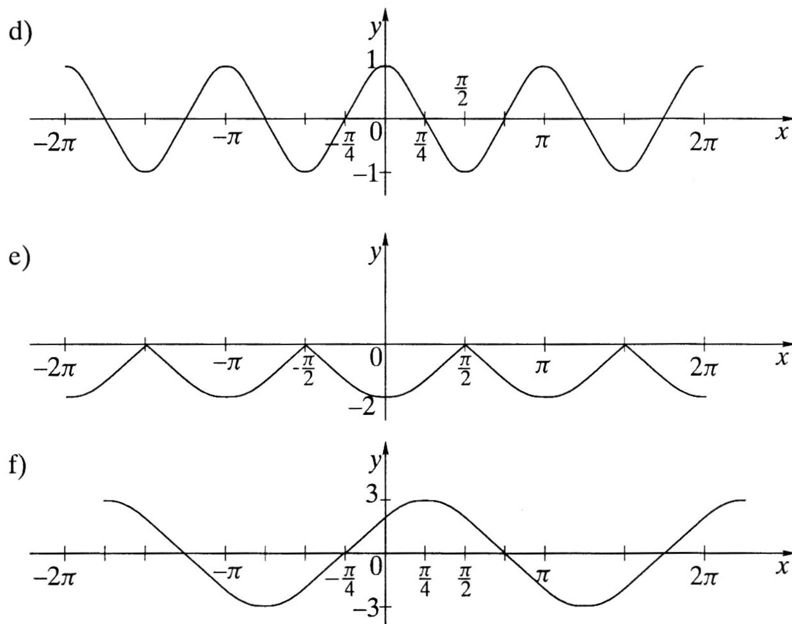
b) $\cos 40°$; $\cos(-60°)$; $\cos 200°$; $\cos 10°$; $\cos 340°$;

c) $\operatorname{tg} 45°$; $\operatorname{tg} 145°$; $\operatorname{tg}(-20°)$; $\operatorname{tg}(-190°)$; $\operatorname{tg} 0°$;

d) $\operatorname{ctg} 10°$; $\operatorname{ctg} 25°$; $\operatorname{ctg}(-30°)$; $\operatorname{ctg}(-295°)$.

218. Nustatykite funkciją, kurios grafikas pavaizduotas brėžinyje:





219. Duotos funkcijos:

a) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; b) $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$;

c) $y = \operatorname{tg} 2x + 1$; d) $y = \frac{1}{2}\operatorname{ctg} x - 2$;

e) $y = \frac{1}{2}\sin 2x$; f) $y = |\cos x|$.

Nurodykite kiekvienos iš šių funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis. Užrašykite jų didėjimo ir mažėjimo intervalus. Nurodykite intervalus, kuriuose funkcija teigiama, kuriuose neigiama.

220. Remdamiesi funkcijų grafikais išspręskite lygtį:

a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 3 - x$; b) $2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = x$;

c) $\frac{1}{2}\sin 2x = -x$; d) $|\cos x| = x - 1$;

e) $\operatorname{tg} 2x + 1 = -\frac{1}{2}x + 4$; f) $\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x = \frac{4}{x}$.

221. Apskaičiuokite:

a) $2\arccos 1 - 3\arccos 0 + \frac{1}{2}\arccos\frac{1}{2} + 4\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $3\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} - 3\arccos 0 + \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \operatorname{arcctg}\frac{\sqrt{3}}{3}$;

c) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 3\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - 2\operatorname{arcctg}(-1)$;

d) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) - 2\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 3\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}) + 2\operatorname{arctg}(-1)$.

222. Pasirinkite teisingą atsakymą:

a) Kuris iš skaičių yra mažiausias?

A $\cos\frac{\pi}{3}$ **B** $\cos\frac{\pi}{9}$ **C** $\cos\frac{7\pi}{9}$ **D** $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ **E** $\cos 2\pi$

b) Kuris iš skaičių yra didžiausias?
A $\sin 2\pi$ **B** $\sin\frac{\pi}{2}$ **C** $\sin(-\pi)$ **D** $\sin 0$ **E** $\sin\frac{\pi}{3}$

c) Reiškinys $\cos(2\,\mathrm{arctg}\,1)$ lygus:
A 1 **B** 0 **C** $\cos 2$ **D** -1 **E** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Reiškinys $\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)$ lygus:
A 0 **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** π **D** 2π **E** 1

e) Kiek sprendinių turi lygtis $\sin x = |x|$?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** be galo daug **E** nė vieno

223. Raskite x reikšmes, su kuriomis $f(x) = 1$; $f(x) = -1$; $f(x) = 0$, kai:

a) $f(x) = \sin\left(x - \frac{5}{7}\pi\right)$; b) $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$;
c) $f(x) = \mathrm{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$; d) $f(x) = \mathrm{ctg}\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{4}\right)$.

224. Išspręskite lygtį:

a) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{2}$; b) $\sin\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
c) $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $\cos\frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
e) $\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = -\sqrt{3}$; f) $\mathrm{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

225. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmė lygi nuliui:

a) $g(x) = \sin\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $g(x) = \cos 3x - \frac{1}{2}$;
c) $g(x) = \mathrm{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3}$; d) $g(x) = \mathrm{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3}$;
e) $g(x) = (2\cos x - 1)\sqrt{-\sin x}$; f) $g(x) = (2\sin x - 1)\sqrt{-\cos x}$?

226. Raskite koordinates taškų, kuriuose susikerta funkcijos $f(x) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ grafikas su tiese:

a) $x = \frac{9}{2}\pi$; b) $y = -1$; c) $y = 1$; d) $y = 0$.

227. Raskite koordinates taškų, kuriuose susikerta funkcijos $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ grafikas su tiese:

a) $x = 2\pi$; b) $y = -1$; c) $y = 1$; d) $y = 0$.

228. Išspręskite lygtį:

a) $\mathrm{tg}\,3x(\sqrt{2} - \sin x) = 0$; b) $\mathrm{ctg}\,x(2 - \cos x) = 0$;
c) $(\cos 5x - 5)(5\sin 5x - 2{,}5) = 0$; d) $(\sin 3x - 2)(6\cos 6x - 12) = 0$;
e) $\cos x(\mathrm{tg}\,x - 1) = 0$; f) $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}(1 + \cos x) = 0$.

229. Išspręskite kiekvieną iš duotųjų lygčių $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$, $\mathrm{tg}\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$, $\mathrm{ctg}\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$ ir raskite:
a) mažiausią teigiamą sprendinį;
b) didžiausią neigiamą sprendinį;
c) sprendinius, priklausančius intervalui $(-\pi; 0)$;
d) sprendinius, priklausančius intervalui $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

230. Raskite m reikšmes, su kuriomis lygtis neturi sprendinių:

a) $\sin x = 2m - 3$;
b) $\cos x = 5 - 2m$;
c) $\sin x = 8 - m^2$;
d) $\cos x = m^2 - 5$;
e) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 2 + m$;
f) $\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = m - 3$;
g) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{m}$;
h) $\operatorname{ctg} x = \frac{m-2}{3-m}$.

231. Išspręskite nelygybę:

a) $\sin 2x > \frac{\sqrt{3}}{2}$;
b) $\cos \frac{x}{2} \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$;
c) $\cos 3x > \frac{1}{2}$;
d) $\sin\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{2}$;
e) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \geqslant -\sqrt{3}$;
f) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < -\sqrt{3}$.

232. Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos grafikas yra virš tiesės $y = 1$:

a) $f(x) = 2\cos 3x$;
b) $f(x) = \sqrt{2}\sin \frac{1}{5}x$;
c) $f(x) = -\operatorname{tg} 2x$;
d) $f(x) = \sqrt{3}\operatorname{ctg} 3x$?

233. Išspręskite nelygybę:

a) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) > \frac{\sqrt{3}}{2}$;
b) $\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) \leqslant \frac{1}{2}$;
c) $2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leqslant 1$;
d) $\frac{1}{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) > \frac{1}{2}$;
e) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}$;
f) $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{6}\right) > -\sqrt{3}$;
g) $\sin 2x > -2$;
h) $\cos 3x < -3$;
i) $5\sin \frac{1}{5}x < -10$;
j) $2\cos \frac{1}{2}x > -4$.

234. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x - 1}{\sin \frac{\pi}{3}}}$;

b) $f(x) = \sqrt{\frac{\cos x - 1}{\cos \frac{\pi}{6}}}$;

c) $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\cos x}$, kai $x \in [0; 2\pi]$;

d) $f(x) = \sqrt{-\sin x} + \sqrt{\cos x}$, kai $x \in [0; 2\pi]$.

235. Pasirinkite teisingą atsakymą.

a) Lygties $\sin 4x = 0$ sprendinių skaičius intervale $[0; \pi]$ yra:
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

b) Lygties $3\cos x + \sqrt{5} = 6$ sprendinių skaičius intervale $[0; 2\pi]$ yra:
A 1 **B** 0 **C** 2 **D** 3 **E** 4

c) Lygtis $\sin x = k - 1$ turi vienintelį sprendinį intervale $[0; 2\pi]$, jei $k =$
A 0 arba 2 **B** 0 **C** 2 **D** 1 **E** ± 1

236. Raskite lygties $(\sin x + \sqrt{3}) \cdot \left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$ sprendinius, priklausančius intervalui $[\pi; 4\pi]$.

237. Išspręskite lygtį: $(\sin 2x) \cdot \sqrt{4 - x^2} = 0$.

238. Raskite visas k reikšmes, kiekvienai iš kurių galima rasti tokį $\alpha \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$, kad būtų teisinga lygybė:
$\cos\alpha = \frac{k+4}{2k-3}$.

239. Raskite lygties $1 + 2\sin\frac{2\pi x}{3} = 0$ sprendinius, tenkinančius nelygybę $1 < x < 2$.

240. Pasirinkite teisingą atsakymą:

a) Funkcijos $y = \arcsin\frac{x}{2}$ apibrėžimo sritis yra:
A $[-2; 2]$ **B** $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ **C** $[-1; 1]$ **D** $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ **E** $(0; 2\pi)$

b) Funkcijos $y = \arcsin 2x$ reikšmių sritis yra:
A $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ **B** $(0; \pi)$ **C** $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ **D** $[-1; 1]$ **E** $[0; 2]$

c) Kuris iš reiškinių turi prasmę?
A $\arcsin\sqrt{2}$ **B** $\arcsin(\sqrt{2}-1)^2$ **C** $\arccos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
D $\operatorname{arctg}\sqrt{-3}$ **E** $\operatorname{arcctg}\sqrt{-x^2-4}$

d) Lygties $\arccos 2x = \frac{\pi}{3}$ sprendinys yra:
A $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **B** 1 **C** $\frac{1}{4}$ **D** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **E** 0

241. Raskite funkcijos apibrėžimo ir reikšmių sritis:

a) $y = \arccos(x-2)$; b) $y = \arcsin(x+2)$;
c) $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$; d) $y = \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{3}x + 1\right)$;
e) $y = 2\arcsin(x-4) + \frac{5\pi}{2}$; f) $y = \frac{1}{2}\arccos(x+5) - \frac{\pi}{2}$;
g) $y = 10\operatorname{arctg} 2x - \pi$; h) $y = 5\operatorname{arcctg} 3x + \pi$.

242. Išspręskite lygtį:

a) $\operatorname{arctg}(3x-2) = \frac{\pi}{3}$; b) $\operatorname{arcctg}(2x+1) = -\frac{\pi}{6}$;
c) $\arcsin\left(x^2 + x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$; d) $\arccos\left(2x^2 + x + \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$.

243. Raskite lygties sprendinius intervale $(0; 2\pi)$:

a) $(1 + \sin x)\cdot(\operatorname{tg} x - 1) = 0$; b) $(1 - \cos x)\cdot(\operatorname{ctg} x + 1) = 0$;
c) $\left(\frac{1}{2} + \cos x\right)\cdot\left(\frac{1}{2} - \sin x\right) = 0$; d) $(\sqrt{3} - \operatorname{tg} x)\cdot(\sqrt{3} + \sin x) = 0$.

244. Nustatykite lygties apibrėžimo sritį, o po to ją išspręskite:

a) $\frac{\sin 2x}{\cos x} = 0$; b) $\frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin x} = 0$;
c) $\frac{1+\cos x}{\sin x} = 0$; d) $\frac{\sin x}{1+\cos x} = 0$;
e) $\cos x \operatorname{tg} 2x = 0$; f) $\sin x \operatorname{ctg} 2x = 0$;
g) $\frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg} x} = 0$; h) $\frac{\cos^2 x}{\operatorname{ctg} x} = 0$.

245. Išspręskite lygtį:

a) $\cos(\sin x) = \frac{1}{2}$; b) $\sin(\cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
c) $\operatorname{tg}(\cos x) = \sqrt{3}$; d) $\operatorname{ctg}(\sin x) = \sqrt{3}$;
e) $\cos(\sin x) = 0$; f) $\sin(\cos x) = 0$.

246. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinys lygus nuliui:

a) $\sqrt{3}\sin x + \cos x$; b) $\sin x - \sqrt{3}\cos x$;

c) $3\sin x + \sqrt{3}\cos x$; d) $\cos x - \sqrt{3}\sin x$;

e) $5\cos x + 2\sin x$; f) $2\cos 2x - 5\sin 2x$;

g) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; h) $\sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$?

247. Išskaidę dauginamaisiais, išspręskite lygtį:

a) $\sqrt{3}\cos x - \sin x\cos x = 0$; b) $\sin x\cos x + \frac{1}{2}\sin x = 0$;

c) $\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$; d) $\sqrt{3}\sin x\cos x + \sin^2 x = 0$;

e) $\sin x\cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0$; f) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x - \cos x = 0$.

248. Raskite lygties sprendinius:

a) $3\,\mathrm{tg}^2 x + 2\,\mathrm{tg}\, x - 1 = 0$; b) $2\,\mathrm{tg}^2 x + 3\,\mathrm{tg}\, x - 2 = 0$;

c) $\mathrm{tg}\, x - 2\,\mathrm{ctg}\, x + 1 = 0$; d) $2\,\mathrm{ctg}\, x - 3\,\mathrm{tg}\, x + 5 = 0$;

e) $\mathrm{tg}^2 x + 3\,\mathrm{ctg}^2 x = 4$; f) $3\,\mathrm{tg}^2 x + \mathrm{ctg}^2 x = 4$.

249. Išspręskite lygtį:

a) $4\sin^2 x - \sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$;

b) $3\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 4\cos^2 x = 0$;

c) $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$;

d) $3\sin^2 x + 5\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$;

e) $2\sin^2 x + 5\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$;

f) $3\sin^2 x + 4\sin x\cos x - 7\cos^2 x = 0$.

250. Su kuriomis x reikšmėmis lygybė yra teisinga:

a) $3\sin^2 x + \sin x\cos x = 2\cos^2 x$;

b) $2\cos^2 x - 3\sin x\cos x = -\sin^2 x$;

c) $9\sin x\cos x - 7\cos^2 x = 2\sin^2 x$;

d) $2\sin^2 x - \sin x\cos x = \cos^2 x$;

e) $3\sin^2 2x - 7\sin 2x\cos 2x + 2\cos^2 2x = 0$;

f) $2\sin^2 x + 3\sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$?

251. Su kuriais x reiškinio reikšmė lygi 3:

a) $3\sin^2\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + 4\cos^2\frac{x}{2}$;

b) $6\sin^2 x + 4\sin x\cos x + 4\cos^2 x$;

c) $3\cos^2 x + 3\sin x\cos x - 1$;

d) $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x$?

252. Raskite visus lygties sprendinius intervale $(0; 240^\circ)$:

a) $2\sin^2 x = \sqrt{3}\sin x$; b) $\sqrt{2}\cos^2 x = \cos x$.

253. Raskite:

a) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$, kai $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$; $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$;

b) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$, kai $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

c) $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$, kai $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

d) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$, kai $\sin\alpha = \frac{2}{3}$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

e) $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$, kai $\sin\alpha = \frac{12}{13}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

f) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$, kai $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$; $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$.

254. a) Duota, kad $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\beta = \frac{8}{17}$, o α ir β yra I ketvirčio kampai. Raskite: $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.

b) Duota, kad $\sin\alpha = \frac{15}{17}$, $\cos\beta = -\frac{4}{5}$, o α ir β yra II ketvirčio kampai. Raskite: $\sin(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.

255. Raskite reiškinio reikšmę:

a) $\sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$;

b) $\cos 102^\circ \cos 42^\circ + \sin 138^\circ \sin 78^\circ$;

c) $\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{15} - \sin\frac{\pi}{5}\sin\frac{2\pi}{15}$;

d) $\sin\frac{13}{10}\pi\cos\frac{\pi}{10} - \sin\frac{\pi}{10}\cos\frac{13}{10}\pi$;

e) $\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{20} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{5}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{20}\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}}$;

f) $\frac{\operatorname{tg} 111^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 111^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$.

256. Trikampio dviejų smailiųjų kampų sinusai lygūs $\frac{4}{5}$ ir $\frac{5}{13}$. Raskite to trikampio trečio kampo kosinusą.

257. Trikampio dviejų kampų kosinusai lygūs $\frac{1}{3}$ ir $\frac{2}{3}$. Raskite to trikampio trečio kampo sinusą.

258. Įrodykite tapatybę:

a) $\frac{\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 160^\circ \cos 100^\circ}{\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 159^\circ \cos 99^\circ} = 1$;

b) $\frac{\cos 63^\circ \cos 3^\circ - \cos 87^\circ \cos 27^\circ}{\cos 132^\circ \cos 162^\circ - \cos 42^\circ \cos 18^\circ} = \operatorname{tg} 240^\circ$;

c) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\alpha$;

d) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 2\operatorname{tg} 2\alpha$;

e) $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$;

f) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2\alpha - \sin^2\beta$.

259. Apskaičiuokite:

a) $\sin\left(\arccos\frac{1}{2} + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$;

b) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$;

c) $\sin\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$;

d) $\cos\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$;

e) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} - \arcsin\frac{1}{2}\right)$;

f) $\operatorname{ctg}\left(\arccos\frac{1}{2} + \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

260. Išspręskite lygtį:

a) $4\cos^2 x - 4\cos x - 3 = 0$;

b) $4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$;

c) $3\sin x + 3 - \cos^2 x = 0$;

d) $\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$;

e) $3\sin^2\frac{x}{3} - 5\sin\frac{x}{3} - 2 = 0$;

f) $4\sin^2 2x + 11\sin 2x - 3 = 0$.

261. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio reikšmė lygi nuliui:

a) $2\sin^2 x - \sin x - 1$; b) $2\cos^2 x + \cos x - 1$;

c) $4\cos^2 \frac{x}{2} - 8\cos\frac{x}{2} + 3$; d) $5\sin^2 x + 6\cos x - 6$;

e) $2\operatorname{tg} 3x + 2\operatorname{ctg} 3x - 5$; f) $3\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x - 8$?

262. Raskite lygties sprendinius, priklausančius nurodytam intervalui:

a) $2\cos^2 x - 3\sin x = 0$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$;

b) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$;

c) $\sin x + 2\cos^2 x = 1$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$;

d) $\cos x + 2\sin^2 x = 1$, $x \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.

263. Išspręskite nelygybę:

a) $\sin 2x \sin\frac{x}{2} - \cos 2x \cos\frac{x}{2} > \frac{1}{2}$;

b) $\sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x \geqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$;

d) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi + x\right)\sin(\pi - 2x) < \frac{1}{2}$.

264. Apskaičiuokite $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$ ir $\operatorname{ctg} 2\alpha$, kai:

a) $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ ir $\alpha \in (\pi; \frac{3}{2}\pi)$; b) $\sin\alpha = \frac{15}{17}$ ir $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

265. Raskite $\sin 4\alpha$, $\cos 4\alpha$, $\operatorname{tg} 4\alpha$ ir $\operatorname{ctg} 4\alpha$, kai:

a) $\cos 2\alpha = -\frac{12}{13}$ ir $\pi < 2\alpha < \frac{3}{2}\pi$; b) $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ ir $\frac{\pi}{2} < 2\alpha < \pi$;

c) $\cos 2\alpha = \frac{24}{25}$ ir $\frac{3}{2}\pi < 2\alpha < 2\pi$; d) $\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$ ir $\pi < 2\alpha < \frac{3}{2}\pi$.

266. Suprastinkite:

a) $\cos^4 2\alpha - \sin^4 2\alpha$; b) $4\sin^4\alpha + \sin^2 2\alpha$;

c) $1 - 2\sin^2 15$; d) $\cos^2\frac{\pi}{8} - 1$;

e) $\left(\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}\right)\cdot\sin 2\alpha$; f) $\left(\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\right)\cdot\sin 2\alpha$.

267. Kuri iš šių lygybių yra tapatybė?

A $\sin^4\frac{\alpha}{2} - \cos^4\frac{\alpha}{2} = \sin(\pi - \alpha)$

B $\sin^4\frac{\alpha}{2} - \cos^4\frac{\alpha}{2} = \cos\alpha + \sin\alpha$

C $\sin^4\frac{\alpha}{2} - \cos^4\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{2\alpha-\pi}{2}$

D $\sin^4\frac{\alpha}{2} - \cos^4\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{3\pi}{2}\cos(\pi - \alpha)$

268. Įrodykite tapatybę:

a) $1 - (\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = \sin 2\alpha$; b) $\operatorname{tg}\alpha(1 + \cos 2\alpha) = \sin 2\alpha$;

c) $\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}(2\cos^2\alpha - 1) = \sin 2\alpha$; d) $\frac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$;

e) $(\cos\alpha - \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2 = 4\sin^2\frac{\alpha-\beta}{2}$;

f) $(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2 = 4\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}$.

269. Pasirinkite teisingą atsakymą.

a) Reiškinio $\sin 75°$ reikšmė lygi:
A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **B** $\frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ **C** 1 **D** $\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ **E** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

b) Reiškinio $\operatorname{tg} 15°$ reikšmė lygi:
A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ **B** $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ **C** $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ **D** $2-\sqrt{3}$ **E** 1

c) Reiškinio $\cos 465°$ reikšmė lygi:
A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **C** 1 **D** $\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{6}}$ **E** $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

d) Jei $\cos 2x = \frac{3}{5}$, tai $\cos^2 x =$
A 0,2 **B** 0,4 **C** 0,8 **D** 0,1 **E** 1

270. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio reikšmė lygi nuliui:

a) $\sin 2x + 2\sin x$; b) $\sin 2x + 4\cos x$; c) $\cos 2x + \sin x$;
d) $\cos 2x - 3\cos x + 2$; e) $5\sin 3x - 2\cos 3x$; f) $3\sin 2x + 7\cos 2x$?

271. Išspręskite lygtį:

a) $\cos 2x - 2\cos x = -1$; b) $4\sin^2 x - \sin 2x = 3$;
c) $\cos 2x + 4\sqrt{2}\sin x = 4$; d) $\cos 2x - 4\sqrt{2}\cos x = -4$;
e) $\cos\frac{2x}{3} - 5\cos\frac{x}{3} = 2$; f) $\cos\frac{2x}{5} + 5\sin\frac{x}{5} = -2$.

272. Raskite lygties sprendinių skaičių intervale $[-2\pi; 2\pi]$:

a) $2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos(\pi - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $4\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\sin(\pi - x) = 1$.

273. Kiek sprendinių turi lygtis intervale $(1; 10)$?

a) $\sin 2x + \sin x = 0$; b) $\cos 2x + \cos x = 0$.

274. Raskite lygties:

a) $\sin 2x = \cos^4\frac{x}{2} - \sin^4\frac{x}{2}$ sprendinių $x \in [0; \pi]$ sumą;

b) $\sin 4x = \sqrt{2}(\cos^4 x - \sin^4 x)$ sprendinių $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ sumą.

275. Suprastinkite:

a) $\sqrt{(\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha)\cdot\cos 2\alpha}\cdot\operatorname{tg} 2\alpha$, kai $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$;

b) $\sqrt{(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha)\cdot 2\operatorname{ctg} 2\alpha}\cdot\operatorname{tg} 2\alpha$, kai $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$;

c) $\sqrt{\left(1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}\right)\left(\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2}-1\right)}$, kai $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$;

d) $\sqrt{(1+\operatorname{tg}^2\alpha)(\operatorname{ctg}^2\alpha+1)}\cdot\sin 2\alpha$, kai $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

276. Įrodykite, kad reiškinio reikšmė lygi vienetui:

a) $2\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos\alpha$; b) $2\sin^2\alpha + \cos 2\alpha$;
c) $2\cos^2 2\alpha - \cos 4\alpha$; d) $2\sin^2 8\alpha + \cos 16\alpha$.

277. Ar teisinga nelygybė:

a) $\frac{\operatorname{tg}(170^\circ+x)-\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}(170^\circ+x)\cdot \operatorname{tg} x} < 0$;

b) $\frac{1-\operatorname{tg} x \operatorname{tg}(250^\circ-x)}{\operatorname{tg}(250^\circ-x)+\operatorname{tg} x} < 0$;

c) $\cos(140^\circ + x)\cdot \cos x + \sin(140^\circ + x)\cdot \sin x > 0$;

d) $\sin(290^\circ - x)\cdot \cos x + \cos(290^\circ - x)\cdot \sin x < 0$?

278. Išspręskite nelygybę:

a) $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} \leqslant -\frac{1}{2}$;

c) $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} > -\frac{1}{4}$; d) $2\sin^2 \frac{x}{2} \leqslant \frac{1}{2}$.

279. Raskite lygčių sprendinius, priklausančius nurodytiems intervalams:

a) $2\cos^2 x + \cos 2x = 0,\ x \in (-180^\circ; -90^\circ)$;

b) $2\sin^2 x - \cos 2x = 0,\ x \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$;

c) $\frac{\cos 2x}{1+\operatorname{tg} x} = 0,\ x \in \left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$;

d) $\frac{\cos 2x}{\operatorname{tg} x - 1} = 0,\ x \in (-90^\circ; 360^\circ)$;

e) $\sin^3 x(1 - \operatorname{ctg} x) - \cos^3 x(1 - \operatorname{tg} x) = 0,\ x \in (0; \pi)$;

f) $\sin^3 x(1 + \operatorname{ctg} x) + \cos^3 x(1 + \operatorname{tg} x) = 0,\ x \in (270^\circ; 360^\circ)$.

280. Su kuria x reikšme reiškinio reikšmė lygi vienetui:

a) $\sin^2 x - \cos^2 x$; b) $\sin^2 x + \cos^2 x$; c) $(\cos x + \sin x)^2$;

d) $(\sin x - \cos x)^2$; e) $\sin x - 2\cos^2 x$; f) $\cos^2 x - 4\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}$?

281. Išspręskite nelygybę:

a) $\frac{\cos x}{\sin 2{,}9 - \sin 3} > 0$; b) $\frac{\sin x}{\cos 4{,}1 - \cos 4} < 0$;

c) $\frac{\sin 2x - 1}{\sin 3{,}9 - \sin 3{,}7} \leqslant 0$; d) $\frac{\cos \frac{x}{2} + 1}{\cos 4{,}5 - \cos 4{,}9} \leqslant 0$.

282. Išreikškite sandauga:

a) $\sin 12^\circ + \sin 20^\circ$; b) $\sin 52^\circ - \sin 32^\circ$;

c) $\cos 40^\circ + \cos 50^\circ$; d) $\cos 55^\circ - \cos 5^\circ$;

e) $\sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{9}$; f) $\cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{20}$.

283. Apskaičiuokite:

a) $\frac{\sin 88^\circ - \sin 32^\circ}{\cos 73^\circ - \cos 17^\circ}$; b) $\frac{\sin 56^\circ - \sin 4^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 4^\circ}$.

284. Įrodykite tapatybę:

a) $\frac{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha \operatorname{tg} \alpha$; b) $\frac{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 6\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha$;

c) $\frac{\sin \alpha - 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha - 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$; d) $\frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha - 2\cos 2\alpha}{\sin 3\alpha + \sin \alpha - 2\sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha$.

285. Išreikškite sandauga:

a) $\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$; b) $\sin 2\alpha + \cos 4\alpha - \sin 6\alpha$;

c) $\sin 6^\circ + \sin 56^\circ + \sin 50^\circ$; d) $\sin 16^\circ + \sin 24^\circ + \sin 40^\circ$;

e) $1 + 2\cos\alpha + \cos 2\alpha$; f) $1 + \cos 2\beta + \sin 2\beta$;

g) $\sqrt{2} - 2\cos\alpha$; h) $\sqrt{3} - 2\sin\alpha$.

286. Įrodykite tapatybę:

a) $\cos^2\left(\frac{5\pi}{8} - \frac{x}{4}\right) - \cos^2\left(\frac{11\pi}{8} + \frac{x}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{x}{2}$;

b) $\sin^2\left(\frac{9\pi}{8} + \frac{x}{4}\right) - \sin^2\left(\frac{7\pi}{8} + \frac{x}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{x}{2}$;

c) $\cos^2\left(\frac{17}{18}\pi - 2x\right) - \sin^2\left(\frac{15}{18}\pi - 2x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x$;

d) $\sin^2\left(\frac{7}{8}\pi - 2x\right) - \sin^2\left(\frac{9\pi}{8} - 2x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 4x$.

287. Apskaičiuokite:

a) $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha$, kai $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{2}{5}$;

b) $\sin^3\alpha - \cos^3\alpha$, kai $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4}{5}$;

c) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$, kai $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{2}$;

d) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$, kai $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$;

e) $\cos(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ - \alpha)$, kai $\cos(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ - \alpha) = m$;

f) $\cos(30^\circ + \alpha) - \cos(60^\circ - \alpha)$, kai $\cos(30^\circ + \alpha) + \cos(60^\circ - \alpha) = a$.

288. Įrodykite tapatybę:

a) $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta + (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta) \cdot \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = 1$;

b) $(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta) \cdot \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = 1$;

c) $\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha$;

d) $\operatorname{tg} 5\alpha - \operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 5\alpha$.

289. Sandaugą pakeiskite suma ir apskaičiuokite jos reikšmę:

a) $\sin 45^\circ \sin 15^\circ$; b) $\cos 45^\circ \cos 15^\circ$;

c) $\sin 67^\circ 30' \cos 7^\circ 30'$; d) $\sin 7^\circ 30' \cos 37^\circ 30'$.

290. Sandaugą pakeiskite suma:

a) $2\cos\alpha \sin 3\alpha \sin 2\alpha$; b) $4\cos\alpha \cos 2\alpha \cos 3\alpha$;

c) $4\sin\alpha \cos 3\alpha \cos 5\alpha$; d) $2\sin\alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha$.

291. Įrodykite tapatybę:

a) $\sin 80^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ = \frac{3}{16}$;

b) $16\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ = 3$;

c) $\sin 70^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 10^\circ = \frac{1}{8}$;

d) $8\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = 1$.

292. Išspręskite lygtį:

a) $\sin^2 x + \cos^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$;

b) $\cos^2 x - \sin^2 2x + \cos^2 3x = \frac{1}{2}$;

c) $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$;

d) $\cos^2 x - \cos^2 2x - \cos^2 3x + \cos^2 4x = 0$.

293. Su kuria a reikšme lygtis neturi sprendinių:

a) $\sin^2 x - (a+3)\sin x + 3a = 0$;

b) $\cos^2 x + (a-3)\cos x - 3a = 0$;

c) $2(0{,}5 - \sin 2x \cos 2x)a = \sin \frac{5\pi}{2}$;

d) $(\cos 2x - 1)a - \sin^2 x = 3\cos^2 x$?

294. Apskaičiuokite reiškinio $\frac{\sin^2(4x-540^\circ)}{\cos^2(4x-540^\circ)}$ reikšmę, kai $\sin 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

295. Remdamiesi grafiku nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis:

a) $\lg x = \sin x$;
b) $\lg x = \cos x$;
c) $0{,}5^x = \cos x$;
d) $5^x = \sin x$;
e) $2^x = \operatorname{tg} x$;
f) $\log_3 x = \operatorname{ctg} x$.

296. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $y = \frac{3\sqrt{-x}+2\sqrt{x+4}}{\sin x}$; b) $y = \lg(9 - x^2) + \sqrt{\sin x}$.

297. Išspręskite lygtį:

a) $4^{2\cos^2 x} = 4^{\cos x}$;
b) $10^{\sin^2 x} - 10^{\sin x} = 0$;
c) $5^{\cos x} - 5^{\cos 2x} = 0$;
d) $100^{\sin x} - 1000(0{,}1)^{\frac{1}{\sin x}} = 0$.

298. Raskite lygties sprendinius, esančius intervale $[0; 5]$:

a) $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} - 3 = 0$; b) $3^{\sin^2 x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\cos^2 x} = 6$.

299. Raskite lygties $2\cos^2(\pi + x) = 3\sin(\pi - x) + 2$ sprendinius, įeinančius į funkcijos $f(x) = \sqrt{4 + 7x - 2x^2}$ apibrėžimo sritį.

300. Išspręskite lygtį $0{,}5\sin 2x - 4\cos 2x = \cos^2 x$ ir nurodykite kokį nors sprendinį, tenkinantį nelygybę $\pi x + x^2 < 0$.

301. Išspręskite lygtį ir raskite jos sprendinius, priklausančius nurodytam intervalui:

a) $5 - 5\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\cos^2(\pi - x)$, $x \in [\pi; 5\pi]$;

b) $\sin\frac{\pi x}{6}\cos\frac{\pi x}{6} = 0{,}25$, $x \in (1; 5)$.

302. Išspręskite lygtį ir nustatykite, kiek jos sprendinių patenka į intervalą $[-50\pi; 50\pi]$:

a) $\cos^2 x + \sin x = \cos 2x + 2$; b) $\cos 2x - \cos x = 2 - \sin^2 x$.

303. Duotos funkcijos:

$f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3\cos(4\pi + x)$, $g(x) = 2^{x^2} - 4^{20+3x}$.

a) Išspręskite lygtį $f(x) = 4$.

b) Išspręskite nelygybę $g(x) \leqslant 0$.

c) Raskite bendrus lygties $f(x) = 4$ ir nelygybės $g(x) \leqslant 0$ sprendinius.

304. Duotos funkcijos:

$f(x)=5\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+8\cos(\pi+x)$, $g(x)=\left(\frac{2}{9}\right)^{x^2+x}-(20{,}25)^{2x-7}$.

a) Išspręskite lygtį $f(x)=0$.

b) Išspręskite nelygybę $g(x)\geqslant 0$.

c) Raskite bendrus lygties $f(x)=0$ ir nelygybės $g(x)\geqslant 0$ sprendinius.

305. Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} x+y=\pi, \\ \cos x-\cos y=1; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-y=\frac{\pi}{2}, \\ \cos^2 x+\sin^2 y=2; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=\pi, \\ \sin x+\sin y=1; \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{2}, \\ \sin^2 x-\sin^2 y=1; \end{cases}$

e) $\begin{cases} \sin x-\cos y=0, \\ \sin^2 x+\cos^2 y=2; \end{cases}$ f) $\begin{cases} \sin x+\cos y=1, \\ \sin^2 x-\cos^2 y=1. \end{cases}$

306. Duotos funkcijos:

$f(x)=1-\sin 5x$, $g(x)=\left(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right)^2$.

a) Raskite funkcijų grafikų susikirtimo taškų abscises.

b) Raskite funkcijos $h(x)=\sqrt{7x-2x^2-6}$ apibrėžimo sritį.

c) Raskite lygties $f(x)=g(x)$ sprendinį, priklausantį funkcijos $h(x)$ apibrėžimo sričiai.

307. Duota funkcija $f(x)=\sin^2 2x-\cos 4x$.

1) Išreikškite $f(x)$ per m, kai $m=\sin 2x$.

2) Išreikškite $f(x)$ per k, kai $k=\cos 4x$.

3) Apskaičiuokite: $f(0)$, $f(\frac{\pi}{4})$, $f(\frac{\pi}{2})$, $f(\pi)$.

4) Raskite $f(x)$, kai $\cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

5) Išspręskite lygtį $f(x)=-\frac{1}{4}$.

6) Raskite $f(x)$ reikšmių sritį.

308. Duota funkcija $f(x)=\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$.

1) Apskaičiuokite: $f(0)$; $f(\frac{\pi}{2})$; $f(\pi)$.

2) Raskite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo ir reikšmių sritis.

3) Išspręskite lygtis: a) $f(x)=\sqrt{3}$; b) $f(x)=3\operatorname{tg}x$.

4) Įrodykite, kad funkcija $f(x)$ nelyginė.

5) Raskite $f(m)$, kai $m=\operatorname{tg}x$ ir $f(k)$, kai $\sin k=\frac{4}{5}$, $k\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

6) Įrodykite tapatybę: $f(x)=\frac{4\sin 2x}{1+2\cos 2x}$.

7) Su kuria a reikšme teisinga lygybė $\operatorname{tg}(x-a)+\operatorname{tg}(x+a)=2\operatorname{tg}2x$?

8) Išspręskite nelygybę $f(x)\geqslant 0$, kai $x\in[0;\pi]$.

309. Duota funkcija $f(x)=\frac{\cos x}{1+\sin x}+\frac{\sin x}{1+\cos x}$.

1) Apskaičiuokite: $f(0)$; $f(\frac{\pi}{4})$; $f(\frac{\pi}{2})$; $f(\frac{5}{3}\pi)$.

2) Išspręskite lygtį: a) $f(x)=1$; b) $f(x)=\operatorname{ctg}\frac{x}{2}$.

3) Raskite $f(y)$, kai $y=\operatorname{tg}\frac{x}{2}$ ir $f(z)$, kai $z=\sin x+\cos x$.

4) Įrodykite tapatybę: a) $f(x)=f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ ir b) $f(x)=\frac{2}{1+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$.

5) Raskite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritį.

6) Kiek sprendinių turi lygtis $f(x)=100$, kai $x\in[0;2\pi]$?

7) Su kuria a reikšme lygtis $f(x)=a$ neturi sprendinių?

8) Išspręskite nelygybę $f(x)\geqslant 0$.

3.6. SKAIČIŲ SEKOS

310. Seką (a_n) sudaro natūraliųjų skaičių kubai, surašyti didėjimo tvarka. Parašykite pirmuosius septynis sekos narius.

311. Parašykite skaičių sekos pirmuosius penkis narius ir nustatykite, kurios iš sekų yra didėjančios, kurios — mažėjančios:

a) $a_n = \frac{n}{n+1}$; b) $b_n = 4 - 3n$; c) $c_n = 2n^2 - 1$;

d) $d_n = \frac{n^2}{2n+1}$; e) $e_n = \frac{4n+3}{2n-1}$; f) $f_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$.

312. Užpildykite lentelę, į langelius įrašydami sekų narius, kurių numeriai nurodyti pirmoje lentelės eilutėje:

$n =$	1	3	5	10	$m+1$
$a_n = 10 - 4n$					
$b_n = \frac{5n}{2n+1}$					
$c_n = (-1)^n - 2n^2$					
$d_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2n^2}$					
$e_n = \sqrt{(2+n)^3}$					

313. Nubraižykite baigtinės sekos grafiką:

a) 5; 3; 0; -1; -2; b) -3; -1; 1; 2; 3.

314. Seka (x_n) apibrėžta formule. Nubraižykite jos grafiką:

a) $x_n = 8 - 3n$, kai $1 \leqslant n \leqslant 5$; b) $x_n = \frac{3n}{n+3}$, kai $1 \leqslant n \leqslant 10$;

c) $x_n = (-1)^n(n-5)$, kai $n \leqslant 12$; d) $x_n = \frac{-2^{n-2}}{n-2}$, kai $3 \leqslant n \leqslant 7$.

315. Raskite sekos n-tojo nario formulę:

a) 1; -2; 3; -4; ...; b) $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{9}{27}$; $\frac{16}{81}$; ...;

c) 0,2; 1; 5; 25; ...; d) $\sqrt{2}$; 2; $\sqrt{6}$; $2\sqrt{2}$; $\sqrt{10}$; $2\sqrt{3}$; ...;

e) 19; 32; 45; 58; ...; f) 99; 74; 49; 24; ...

316. Duota formule apibrėžta seka (a_n) ir skaičius a. Jei šis skaičius yra duotos sekos narys, tai nurodykite jo eilės numerį:

a) $a_n = 2n^2 - 7n$, $a = 4$; b) $a_n = n^2 - 6n$, $a = -5$;

c) $a_n = 2n^2 - 9n - 30$, $a = 5$; d) $a_n = n^2 - 10n$, $a = -21$.

317. Seka (x_n) apibrėžta formule. Raskite x_{10} ir x_{k-2}, kai:

a) $x_n = 25 + 3n^2$; b) $x_n = 48 - \frac{1}{3}n^2$; c) $x_n = 2n^2 - 3n$; d) $x_n = \pi n^3$.

318. Kurie sekos nariai tenkina nurodytą sąlygą:

a) $a_n = 3n - 7$, $a_n < 20$; b) $a_n = 2n^2 + 15$, $a_n < 50$;

c) $a_n = -3n + 26$, $a_n > 0$; d) $a_n = n^2 - 16$, $a_n \geqslant 4$;

e) $a_n = 5n + 1$, $40 < a_n < 60$; f) $a_n = 3n - 20$, $56 \leqslant a_n \leqslant 70$?

319. Seka (a_n) apibrėžta formule. Kiek šioje sekoje yra neigiamų narių, jei:
a) $a_n = \frac{1}{2}n^2 - 32$; b) $a_n = \frac{1}{3}n^2 - 25$?
Raskite: a_3, a_5, a_{k+3}.

320. Užrašykite sekos (x_n) bendrojo nario formulę, jei jos nariai — didėjimo tvarka einantys natūralieji skaičiai, kuriuos:
a) padalijus iš 3 gaunama liekana 2; b) padalijus iš 5 gaunama liekana 3.

321. Raskite pirmuosius keturis sekos narius, kai seka apibrėžta rekurentiškai:
a) $a_{n+1} = 4a_n$ ir $a_1 = \frac{1}{3}$; b) $b_{n+1} = \frac{1}{3}b_n - 2$ ir $b_1 = 6$;
c) $c_{n+2} = \frac{10c_n}{c_{n+1}}$ ir $c_1 = 0{,}3$, $c_2 = 1{,}5$; d) $d_{n+2} = \frac{\sqrt{d_{n+1}}}{d_n}$ ir $d_1 = 5$, $d_2 = 25$.

322. a) Seka apibrėžta rekurentiškai: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n - 1$. Įrodykite, kad $a_n = \frac{3^{n-1}+1}{2}$.
b) Seka apibrėžta rekurentiškai: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 2a_n - 3$. Įrodykite, kad $a_n = 2^{n-1} + 3$.

323. Ar egzistuoja toks skaičių intervalas, kuriam priklauso visi sekos (y_n) nariai? Jei egzistuoja, tai nurodykite tokį intervalą:
a) $y_n = \frac{9}{2^n} + 7$; b) $y_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n - 6$; c) $y_n = \frac{3}{1+n}$;
d) $y_n = \frac{1+n}{3}$; e) $y_n = 3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{2n-1}$; f) $y_n = 2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$.

324. Duota seka $x_n = f(n)$, $f(x) = 12x - x^2$.
a) Raskite x_1; x_5; x_6; x_7.
b) Raskite funkcijos $f(x) = 12x - x^2$ didžiausią reikšmę.
c) Nurodykite sekos (x_n) didžiausio nario numerį.

325. Duota seka $x_n = f(n)$, $f(x) = 11x - x^2$.
a) Raskite x_5; x_6; x_7.
b) Raskite funkcijos $f(x) = 11x - x^2$ didžiausią reikšmę.
c) Nurodykite sekos (x_n) didžiausio nario numerį.

326. Raskite nežinomus baigtinės aritmetinės progresijos narius:
a) a_1; 8,3; a_3; 9,2; a_5; b) a_1; a_2; 12,8; a_4; 10,5;
c) a_1; a_2; 0; a_4; 22; d) $-5{,}5$; a_2; a_3; 5,5; a_5.

327. Seka (x_n) yra aritmetinė progresija. Įrodykite, kad:
a) $x_{10} + x_{29} = x_1 + x_{38}$; b) $x_{10} + x_{15} = x_7 + x_{18}$.

328. Raskite aritmetinės progresijos (a_n) narį a_n, kai:
a) $n = 37$; $a_1 = -1{,}3$; $d = -0{,}45$; b) $n = 31$; $a_1 = -10{,}3$; $d = 1{,}7$;
c) $n = 26$; $a_1 = 19{,}2$; $d = -2{,}5$; d) $n = 10$; $a_1 = 4\frac{2}{7}$; $d = \frac{1}{7}$.

329. Tarp duotųjų skaičių įrašykite tris skaičius, kad visi jie sudarytų aritmetinę progresiją:
a) -5 ir 7; b) 28 ir -12.

330. Raskite aritmetinės progresijos nario numerį n, kai:
a) $a_n = 32{,}6$; $a_1 = 10{,}1$; $d = 1{,}5$; b) $a_n = 39$; $a_1 = 6{,}5$; $d = 1{,}3$;
c) $a_n = -35{,}08$; $a_1 = -2{,}6$; $d = -0{,}56$; d) $a_n = 4{,}3$; $a_1 = 25{,}2$; $d = -0{,}38$.

331. Raskite aritmetinės progresijos (y_n) pirmąjį narį y_1 ir skirtumą d, kai:

a) $\begin{cases} y_7 + y_4 = 58, \\ y_5 + y_{10} = 74; \end{cases}$ b) $\begin{cases} y_9 + y_3 = 76, \\ y_5 + y_8 = 82. \end{cases}$

332. Raskite aritmetinės progresijos (a_n) skirtumą d ir pirmųjų 100 narių sumą, kai:

a) $a_1 = 3$; $a_{26} = 53$; b) $a_1 = 24$; $a_{46} = 159$;

c) $a_1 = -7$; $a_{72} = 135$; d) $a_1 = 28$; $a_{81} = -86$.

333. Raskite natūraliųjų skaičių sumą:

a) nuo 30 iki 100; b) nuo 25 iki 90;

c) nuo 40 iki 110; d) nuo 50 iki 120.

334. Užpildykite lentelę, jei (a_n) — aritmetinė progresija, d — progresijos skirtumas, S_n — pirmųjų n narių suma.

	a_1	d	n	a_n	S_n
a)	-5	14	7		
b)			4	9	54
c)	-28		9		0
d)		7	22	149	
e)	-9	$\frac{1}{2}$			-75
f)		$\frac{2}{3}$	46		$-15\frac{1}{3}$

335. Raskite aritmetinės progresijos (a_n) pirmųjų dešimties narių sumą, kai:

a) $a_6 = \frac{3}{4}$ ir $a_{10} = 1\frac{3}{4}$; b) $a_2 = -5$ ir $a_6 - a_4 = 6$; c) $a_7 + a_4 = 15{,}3$.

336. Įrodykite, kad seka apibrėžta formule yra aritmetinė progresija:

a) $a_n = 12 - 3n$. Raskite šios sekos pirmųjų 40 narių sumą. Kiek ši seka turi teigiamų narių?

b) $a_n = 2n - 4{,}5$. Raskite šios sekos pirmųjų 60 narių sumą. Kiek ši seka turi neigiamų narių?

337. Įrodykite, kad seka, kurios pirmųjų n narių suma apskaičiuojama pagal duotąją formulę yra aritmetinė progresija:

a) $S_n = n^2 - 5n$; b) $S_n = 6n - n^2$.

Parašykite sekos n-tojo nario formulę.

338. Raskite x:

a) $1 + 3 + 5 + \cdots + x = 2500$; b) $2 + 4 + 6 + \cdots + x = 2550$;

c) $\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + \cdots + x = 100\sqrt{2}$; d) $0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}9 + \cdots + x = 19$.

339. Aritmetinės progresijos devintąjį narį padalijus iš antrojo, gaunamas dalmuo 5, o padalijus tryliktąjį narį iš šeštojo — dalmuo 2 ir liekana 5. Raskite pirmųjų dešimties narių sumą.

340. Šeštasis aritmetinės progresijos narys sudaro 60% trečiojo nario, o jų suma lygi 8. Kiek reikia sudėti šios progresijos narių, kad jų suma būtų -23?

341. Aritmetinės progresijos pirmasis narys lygus 4. Kokia turi būti skirtumo d reikšmė, kad reiškinys $a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot a_3 + a_2 \cdot a_3$ įgytų mažiausią reikšmę?

342. Aritmetinės progresijos trečiojo ir devintojo narių suma lygi mažiausiai kvadratinio trinario $2x^2 - 4x + 10$ reikšmei. Apskaičiuokite šios progresijos pirmųjų 11 narių sumą.

343. Su kokiomis x reikšmėmis šie skaičiai sudaro aritmetinę progresiją:

a) $2x^2;\ x^4;\ 24$; b) $2;\ \sqrt{x-2};\ 4$;

c) $\sqrt{x-1};\ \sqrt{5x-1};\ \sqrt{12x+1}$; d) $\frac{5}{\sqrt[3]{x}};\ \frac{1}{x};\ 3\sqrt[3]{x}$;

e) $\lg(2^x+1);\ \lg(2^x-1);\ \lg(2^x-3)$; f) $12\sin^2 x;\ 2;\ 4\sin^2 x$?

344. Ar lygties $\cos x = -\frac{1}{2}$ teigiami sprendiniai, išdėstyti didėjimo tvarka, sudaro aritmetinę progresiją? (Atsakymą pagrįskite.)

345. Nuo liepos 1 iki 16 dienos imtinai oro temperatūra kasdien kilo $\left(\frac{1}{3}\right)$°C. Vidutinė šio laikotarpio temperatūra buvo 21°C. Kokia oro temperatūra buvo liepos 1 dieną?

346. Kiek dūžių per parą padaro laikrodis, jeigu jis muša valandas ir pusvalandžius?

347. Važiuodamas iš stoties traukinys tolygiai didino savo greitį ir po ketvirčio valandos jo greitis pasiekė 63 km/h. Kiek padidėdavo traukinio greitis per minutę?

348. Iš dviejų vietovių, tarp kurių yra 268 km, vienas priešais kitą išvažiavo du traktoriai. Vienas traktorius pirmąją valandą nuvažiavo 30 km, o kiekvieną sekančią valandą greitį didino 2 km. Kitas traktorius pirmąją valandą nuvažiavo 40 km, o toliau kas valandą greitį mažino 4 km. Po kiek laiko jie susitiko?

349. Duoti du pirmieji geometrinės progresijos nariai. Raskite sekančius tris jos narius:

a) $3;\ 1;\ \ldots$; b) $-1;\ \frac{2}{3};\ \ldots$; c) $15;\ -3;\ \ldots$; d) $-27;\ -9;\ \ldots$

350. Raskite aštuntąjį geometrinės progresijos narį, kai:

a) $b_1 = 64;\ q = \frac{1}{2}$; b) $b_1 = 729;\ q = -\frac{2}{3}$;

c) $b_1 = -\frac{1}{54};\ q = 1{,}5$; d) $b_1 = 0{,}5;\ q = \sqrt{3}$.

351. Raskite pirmąjį geometrinės progresijos narį, kai:

a) $b_8 = 0{,}375;\ q = 0{,}5$; b) $b_6 = 0{,}243;\ q = 0{,}3$;

c) $b_7 = -13\frac{1}{3};\ q = -2$; d) $b_5 = \frac{2}{15};\ q = -\frac{2}{3}$.

352. Nustatykite, kurios rekurentiškai apibrėžtos sekos yra aritmetinės, kurios — geometrinės progresijos:

a) $a_1 = 12;\ a_{n+1} = -3a_n$; b) $b_1 = 4;\ b_{n+1} = 2b_n - 3$;

c) $c_1 = -1;\ c_{n+1} = c_n^2 + 1$; d) $d_1 = 0;\ d_{n+1} = d_n + 3$;

e) $e_1 = \sqrt{2};\ e_{n+1} = 2\sqrt{2}e_n$; f) $f_1 = \pi;\ f_{n+1} = f_n - 9$.

353. Seka (x_n) yra geometrinė progresija. Įrodykite, kad:

a) $x_{15} \cdot x_7 = x_1 \cdot x_{21}$; b) $x_{20} \cdot x_3 = x_{12} \cdot x_{11}$.

354. Penki skaičiai sudaro geometrinę progresiją. Kai kurie jos nariai yra nežinomi. Raskite juos:

a) a_1; 0,72; a_3; a_4; 720;
b) $-\frac{1}{243}$; b_2; b_3; 3; b_5;
c) c_1; 108; c_3; 27; c_5;
d) -4; d_2; -36; d_4; d_5.

355. Raskite pirmųjų n geometrinės progresijos (b_n) narių sumą:

a) $b_1 = 2$; $q = \frac{4}{5}$; $n = 4$;
b) $b_1 = -0{,}5$; $q = \frac{8}{17}$; $n = 3$;
c) $b_1 = 3$; $q = 0{,}6$; $n = 4$;
d) $b_1 = 3\sqrt{2}$; $q = 2\sqrt{3}$; $n = 6$.

356. Seka (y_n) geometrinė progresija. Raskite y_1, jei:

a) $\begin{cases} y_1 - y_2 = 8, \\ y_2 - y_3 = 12; \end{cases}$
b) $\begin{cases} y_1 - y_4 = \frac{3}{16}, \\ y_2 - y_5 = \frac{3}{8}; \end{cases}$
c) $\begin{cases} \frac{y_4}{y_6} = \frac{1}{4}, \\ y_3 + y_7 = 408; \end{cases}$
d) $\begin{cases} \frac{y_{10}}{y_8} = 9, \\ y_4 + y_6 = 540. \end{cases}$

357. Seka (b_n) yra geometrinė progresija, q — jos vardiklis, S_n — pirmųjų n narių suma. Užpildykite lentelę:

	b_1	q	b_n	n	S_n
a)	$\frac{1}{32}$	-2		8	
b)		$\frac{1}{3}$	9	4	
c)	$\sqrt{3}$		$\sqrt{243}$	5	
d)		2		8	765
e)	2		$\frac{1}{8}$		$3\frac{7}{8}$

358. Tarp skaičių įrašykite tokius tris skaičius, kad jie visi penki sudarytų geometrinę progresiją:

a) 24 ir $\frac{3}{32}$; b) $\frac{3}{125}$ ir 15.

359. Parašykite geometrinę progresiją, sudarytą iš 4 narių, kad jos kraštinių narių suma būtų lygi 28, o vidurinių — būtų lygi 12.

360. Parašyta geometrinė progresija iš 7 narių. Jos trijų pirmųjų narių suma 26, o trijų paskutinių narių suma 2106. Raskite progresijos vardiklį.

361. Raskite duotosios geometrinės progresijos aštuntąjį narį:

a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 1; $\frac{\sqrt{6}}{2}$; ...; b) $\sqrt{\frac{5}{6}}$; 1; $\sqrt{\frac{6}{5}}$; ...

362. Geometrinės progresijos pirmųjų n narių suma apskaičiuojama pagal formulę $S_n = 5 \cdot \left(2^{n+1} - 2\right)$. Raskite:

a) pirmąjį progresijos narį;
b) geometrinės progresijos vardiklį;
c) narių skaičių m, jei $S_m = 630$.

363. Su kuriomis x reikšmėmis šie skaičiai sudaro geometrinę progresiją:

a) 2^x; $2^x + 1$; $2^x + 3$; b) $2^x + 3$; $\sqrt{30 \cdot 2^{x-1} + 5}$; $2^x + 5$?

364. Geometrinės progresijos pirmasis narys lygus 1. Trečiojo ir penktojo narių suma lygi 90. Nustatykite:

a) koks yra progresijos vardiklis;

b) kam lygi pirmųjų 5 narių suma;

c) ar skaičius 4374 yra šios progresijos narys.

365. Geometrinė progresija apibrėžta formule. Apskaičiuokite S_n, kai:

a) $b_n = 3^{n-2}$; b) $b_n = 2^{3-n}$;

c) $b_n = 2 \cdot 5^n$; d) $b_n = 3 \cdot 4^{2-n}$.

366. Raskite geometrinės progresijos (a_n) pirmąjį narį ir vardiklį, kai:

a) $\begin{cases} b_1 + b_2 + b_3 = 21, \\ b_4 + b_5 + b_6 = 168; \end{cases}$ b) $\begin{cases} b_1 + b_2 + b_3 = 168, \\ b_4 + b_5 + b_6 = 21. \end{cases}$

367. Raskite x:

a) $1 + x + x^2 + \cdots + x^9 = 0$; b) $x + x^2 + \cdots + x^{12} = 0$;

c) $1 - 2 + 2^2 - 2^3 + \cdots + 2^x = -21$; d) $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^x = 63$;

e) $1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{15}{8}$; f) $1 + \sin x + \sin^2 x + \cdots + \sin^9 x = 0$.

368. Raskite nykstamosios geometrinės progresijos sumą, kai:

a) $b_1 = \frac{1}{2}$; $q = -\frac{1}{4}$; b) $b_1 = 0{,}6$; $q = \frac{7}{11}$;

c) $b_1 = -\frac{1}{4}$; $q = -\frac{1}{2}$; d) $b_1 = 1{,}7$; $q = \frac{4}{17}$.

369. Raskite nykstamosios geometrinės progresijos sumą, jeigu duoti du pirmieji jos nariai:

a) $15; -10; \ldots$; b) $-12; -9; \ldots$;

c) $-10; 8; \ldots$; d) $6; 2\sqrt{3}; \ldots$;

e) $-\sqrt{2}; 1; \ldots$; f) $\sqrt{3}; -1; \ldots$

370. Raskite nykstamosios geometrinės progresijos pirmuosius du narius, kai žinoma progresijos suma S ir vardiklis q:

a) $S = 10$; $q = \frac{1}{2}$; b) $S = 14$; $q = -\frac{2}{7}$;

c) $S = 18$; $q = -\frac{5}{9}$; d) $S = \frac{3}{2}\left(\sqrt{3} + 1\right)$; $q = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

371. Raskite sumą:

a) $0{,}6 + 0{,}06 + 0{,}006 + \cdots$;

b) $0{,}63 + 0{,}0063 + 0{,}000063 + \cdots$;

c) $0{,}126 + 0{,}000126 + 0{,}000000126 + \cdots$;

d) $0{,}405 + 0{,}000405 + 0{,}000000405 + \cdots$.

372. Skaičių išreikškite begaline dešimtaine periodine trupmena:

a) $\frac{7}{18}$; b) $\frac{5}{12}$; c) $\frac{3}{5} - 0{,}15$; d) $\frac{4}{9} + 0{,}11$.

373. Užrašykite skaičių paprastąja trupmena:

a) $0,(6)$; b) $3,7(6)$; c) $2,(54)$;
d) $7,0(23)$; e) $2,52(54)$; f) $1,015(67)$.

374. Raskite sumą:

a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}+\frac{8}{81}+\cdots$; b) $\frac{6}{5}-\frac{12}{25}+\frac{24}{125}-\frac{48}{625}+\cdots$;
c) $\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{8}+\frac{\sqrt{3}}{16}+\cdots$; d) $\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{9}-\frac{\sqrt{5}}{27}+\frac{\sqrt{5}}{81}-\cdots$.

375. Raskite x:

a) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots=\left(\frac{1}{4}\right)^x$;
b) $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots=\left(2\frac{1}{4}\right)^x$;
c) $3\cdot 3^2\cdot 3^3\cdot\ldots\cdot 3^x=27^{15}$;
d) $2\cdot 2^2\cdot 2^3\cdot\ldots\cdot 2^x=4^{7,5}$;
e) $x^2+2x^3+4x^4+8x^5+\cdots=1-2x$, kai $|x|<\frac{1}{2}$;
f) $x^2+3x^3+9x^4+27x^5+\cdots=1-3x$, kai $|x|<\frac{1}{3}$.

376. Trijų pirmųjų aritmetinės progresijos narių suma 24. Jei iš pirmojo nario atimsime 1, iš antrojo atimsime 4, iš trečiojo atimsime 5, tai gautieji skaičiai sudarys geometrinę progresiją. Raskite aritmetinės progresijos skirtumą.

377. Raskite m ir n, jei:

a) skaičiai 3; m; n sudaro didėjančią aritmetinę progresiją;
skaičiai 3; $(m-6)$; n sudaro geometrinę progresiją;
b) skaičiai 27; m; n sudaro mažėjančią aritmetinę progresiją;
skaičiai 27; $(m-6)$; n sudaro geometrinę progresiją.

378. Triženklio skaičiaus skaitmenys sudaro geometrinę progresiją. Jei iš to skaičiaus atimsime 792, tai gausime skaičių užrašytą tais pačiais skaitmenimis, bet atvirkščia tvarka. Jei iš šimtų skaitmens atimsime 4, o likusių skaitmenų nekeisime, tai gausime skaičių, kurio skaitmenys sudarys aritmetinę progresiją. Raskite pradinį skaičių.

379. Trys skaičiai a, b ir c — iš eilės einantys didėjančios geometrinės progresijos nariai. Raskite skaičių c, kai $\begin{cases}\log_2 b-\log_2 a=4,\\ \log_2 a+\log_2 c=2.\end{cases}$

380. Raskite lygties sprendinius:

a) $\cos x+\cos^2 x+\cdots+\cos^{10} x=0$, $x\in(0;\pi)$;
b) $\sin x+\sin^2 x+\sin^3 x+\cdots=1$, $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$;
c) $36^{-x}\cdot 25^x=1-\frac{1}{5}+\frac{1}{25}-\frac{1}{125}+\cdots$;
d) $0,5\cdot 27^{x^2-11x-24\frac{2}{3}}=27+9+3+\cdots$;
e) $\frac{85}{128}\lg^2 x=1-\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\cdots-\left(\frac{1}{2}\right)^7$;
f) $\frac{513}{3}\lg^2 x=1-2+2^2-2^3+\cdots+2^8$.

381. Raskite stačiojo trikampio smailiuosius kampus, jeigu jo kraštinių ilgiai sudaro:

a) aritmetinę progresiją; b) geometrinę progresiją.

4. ĮVYKIAI IR TIKIMYBĖS

1. Parašykite lošimo kauliuko vieno metimo baigčių (elementariųjų įvykių) aibę. Kokia baigčių aibė reiškia įvykį:

a) A, kad atsivers ne daugiau kaip 4 akutės;

b) B, kad atsivers ne mažiau kaip 3 akutės;

c) $A \cup B$; d) $A \cap B$; e) $A \backslash B$; f) $B \backslash A$; g) $\bar{A}$;

h) $\bar{B}$; i) $\bar{A} \cup \bar{B}$; j) $\bar{A} \cap \bar{B}$; k) $\bar{A} \backslash \bar{B}$; l) $\bar{B} \backslash \bar{A}$?

2. Parašykite lošimo kauliuko dviejų metimų baigčių aibę. Kokia baigčių aibė reiškia įvykį, kad atsivertusių akučių:

a) suma lygi 3; b) suma lygi 4; c) suma lygi 5;

d) sandauga lygi 6; e) sandauga lygi 12?

3. Dėžėje 2 balti ir 3 juodi rutuliai. Atsitiktinai išimami 2 rutuliai. Parašykite:

a) šio bandymo baigčių aibę;

b) įvykiui A, kad abu rutuliai juodi, palankias baigtis;

c) įvykiui B, kad vienas rutulys baltas, o kitas — juodas, palankias baigtis;

d) įvykiui, kad bent vienas rutulys juodas, palankias baigtis; išreikškite šį įvykį įvykiais A ir B.

4. Parašykite monetos trijų metimų bandymo baigčių aibę. Kokia baigčių aibė reiškia įvykį:

a) herbas atsivertė 1 kartą; b) herbas atsivertė 2 kartus;

c) herbas atsivertė 3 kartus?

5. Laimės ratas suskirstytas į 4 vienodo dydžio sektorius, kurie pažymėti skaičiais $1, -2, -3, 4$. Teigiamas skaičius reiškia, kad lošėjas išlošia, o neigiamas — kad pralošia atitinkamą sumą litų.
Lošėjo rezultatas fiksuojamas susumavus dviejų rato pasukimų rezultatus. Sudarykite šio lošimo baigčių aibę. Kokios baigčių aibės reiškia įvykį, kad lošėjas:

a) išloš 1 Lt; b) išloš 2 Lt; c) praloš 2 Lt;

d) išloš bent 1 Lt; e) praloš bent 1 Lt?

6. Iš skaičių $1, 2, 3, 4$ atsitiktinai parenkamas vienas skaičius, o po to iš likusių trijų — dar vienas. Sudarykite šio bandymo baigčių aibę. Kokios baigtys palankios įvykiui, kad:

a) abu skaičiai lyginiai; b) abu skaičiai nelyginiai;

c) vienas skaičius lyginis, kitas nelyginis?

7. Klasėje 30 mokinių. Iš lentelės matome, kiek mergaičių ir kiek berniukų mokosi vidutiniškai, gerai ir labai gerai.

Mokosi	Mergaitės	Berniukai
vidutiniškai	2	3
gerai	10	7
labai gerai	4	4

Prie lentos atsitiktinai kviečiamas vienas mokinys. Apskaičiuokite tikimybę, kad bus pakviestas:

a) labai gerai besimokantis berniukas; b) vidutiniškai besimokantis mokinys;

c) berniukas; d) gerai arba labai gerai besimokantis mokinys.

8. Iš žodžio „matematika" raidžių atsitiktinai parenkama viena raidė. Kokia tikimybė, kad ši raidė: a) a; b) priebalsė?

9. Iš skaičių $4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ atsitiktinai parenkamas vienas skaičius. Apskaičiuokite tikimybę, kad šis skaičius: a) lyginis; b) lyginis ir dalijasi iš 3.

10. Loterijos bilietų išleista už k litų. Vieno bilieto kaina r litų. Laimingų bilietų skaičius s. Apskaičiuokite tikimybę, kad įsigytas loterijos bilietas išloš.

11. Metami du lošimo kauliukai. Kokia tikimybė, kad atsivertusių akučių suma lygi 4?

12. Metami trys lošimo kauliukai. Kokia tikimybė, kad atsivertusių akučių suma lygi 5?

13. Lošimo kauliukas metamas du kartus, o atsivertusių akučių skaičiai sudedami. Kokiõs sumõs tikimybė: a) mažiausia; b) didžiausia?

14. Pažymėkime n mesto lošimo kauliuko atsivertusių akučių skaičių. Kokia tikimybė, kad lygtis $x^2 + nx + 1 = 0$:

a) sprendinių neturi; b) turi du sprendinius?

15. Loterijoje, kurioje 5000 bilietų, yra vienas 500 Lt laimėjimas, 10 laimėjimų po 50 Lt, 20 laimėjimų po 20 Lt, 175 laimėjimai po 10 Lt ir 500 laimėjimų po 3 Lt. Kokia tikimybė nusipirkus vieną loterijos bilietą išlošti ne mažiau kaip 20 Lt?

16. Rinkdamas draugo telefono numerį Andrius pamiršo du paskutinius skaitmenis, tačiau prisiminė, kad jie nevienodi. Kokia tikimybė, kad Andrius, atsitiktinai surinkęs paskutiniuosius du skaitmenis, pataikys pas draugą?

17. Kiek skirtingų keturženklių skaičių, neturinčių vienodų skaitmenų, galima sudaryti iš skaitmenų $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$?

18. Iš 15 sportininkų atsitiktinai atrenkami 4 dalyviai keturių etapų estafetei. Keliais būdais tai galima padaryti?

19. Komisija susideda iš pirmininko, sekretoriaus ir penkių narių. Keliais būdais komisija gali pasiskirstyti pareigomis?

20. Iš 14 loterijos bilietų 4 yra laimingi. Keliais būdais galima paimti 6 bilietus, kad būtų:

a) lygiai 2 laimingi; b) lygiai 3 laimingi; c) 4 laimingi?

21. Kolektyve dirba 10 moterų ir 8 vyrai. Tam tikram darbui atlikti reikia sudaryti brigadą iš 2 vyrų ir 3 moterų. Keliais skirtingais būdais galima sudaryti brigadą?

22. Pašto skyriuje galima nusipirkti 8 rūšių atvirukų, 5 rūšių vokų ir 6 rūšių pašto ženklų. Keliais skirtingais būdais galima sudaryti komplektą, susidedantį iš atviruko, voko ir pašto ženklo?

23. Iš 11 moksleivių tarybos narių, tarp kurių 4 mergaitės, reikia išrinkti 6 asmenų grupę. Keliais būdais galima išrinkti 6 moksleivius taip, kad tarp jų būtų dvi mergaitės?

24. Teniso turnyre dalyvauja 10 vyrų ir 6 moterys. Keliais būdais galima sudaryti 2 mišrias poras?

25. Statybos firmoje yra 15 dažytojų, 10 tinkuotojų ir 5 staliai. Keliais būdais galima sudaryti brigadą iš 2 dažytojų, 3 tinkuotojų ir 1 staliaus?

26. Šešių knygų šūsnyje yra matematikos vadovėlis ir uždavinynas. Keliais būdais knygas galima sustatyti lentynoje, kad matematikos vadovėlis ir uždavinynas:

a) būtų greta; b) nebūtų greta?

27. Dėžėje yra penki skaičiais 1, 2, 3, 4, 5 sunumeruoti rutuliai. Iš jos atsitiktinai išimamas vienas rutulys, po to — antras ir t. t., kol išimami visi penki rutuliai. Kokia tikimybė, kad rutuliai bus išimti jų numerių didėjimo tvarka?

28. Dėžėje yra penki skaičiais 1, 2, 3, 4, 5 sunumeruoti rutuliai. Iš jos atsitiktinai išimami 3 rutuliai. Kokia tikimybė, kad visų išimtų rutulių numeriai nelyginiai?

29. Ant aštuonių kortelių surašyti skaičiai 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12 ir 13. Atsitiktinai paimamos dvi kortelės, o iš paimtųjų skaičių sudaroma trupmena. Kokia tikimybė, kad ši trupmena bus suprastinama?

30. Klasėje, kurioje 12 berniukų ir 8 mergaitės, atsitiktinai paskirstomi 8 bilietai į teatrą. Kokia tikimybė, kad mergaitėms atiteks 4 bilietai?

31. Kokia tikimybė, kad tarp penkių atsitiktinai užrašytų skaitmenų nebus vienodų?

32*. Autobusas, kuriame važiuoja 5 keleiviai, turi sustoti septyniose stotelėse. Laikydami, kad bet kuris keleivių išsilaipinimas vienodai galimas, apskaičiuokite tikimybę, kad jokie du keleiviai neišlips toje pačioje stotelėje.

33*. Dešimt keleivių atsitiktinai sulipa į tris vagonus. Kokia tikimybė, kad į vieną vagoną pateks 6 keleiviai, į kitą — 3, o į trečiąjį — 1 keleivis?

34*. Dvidešimties turistų grupė, kurioje 10 moterų, atsitiktinai padalijama į dvi grupes po 10 žmonių. Apskaičiuokite tikimybę, kad kiekvienoje grupėje vyrų ir moterų bus po lygiai.

35. Yra penkios 1, 3, 4, 7 ir 9 cm ilgio atkarpos. Apskaičiuokite tikimybę, kad iš trijų atsitiktinai paimtų atkarpų galima sudaryti trikampį.

36. Šešiose vienodose kortelėse surašytos raidės A, Y, L, S, T, U. Korteles atsitiktinai sudėliojame vieną šalia kitos. Kokia tikimybė sudėti žodį ALYTUS?

37. Rita žaidžia su kortelėmis. Ant kiekvienos kortelės parašyta viena raidė. Tai raidės B, R, T, A, I, S. Kokia tikimybė, kad Rita atsitiktinai sudėjusi į eilę 4 raides, perskaitys savo vardą?

38. Tomas žaidžia su kortelėmis. Ant kiekvienos kortelės parašyta viena raidė. Tai raidės B, T, S, A, M, O, C. Kokia tikimybė, kad Tomas atsitiktinai sudėjęs į eilę 5 raides, sudės savo vardą?

39*. Iš šešių pažymėtų apskritimo taškų atsitiktinai pasirenkami keturi taškai A, B, C ir D. Apskaičiuokite tikimybę, kad stygos AB ir CD susikirs.

40*. Egzamino metu studentai sėdi už bendro stalo ant vieno suolo, kurio abu galai yra šalia praėjimų. Egzaminą studentai baigia atsitiktine tvarka ir išsyk išeina. Kokia tikimybė, kad bent vienas studentas, norėdamas išeiti, turės paprašyti jį praleisti, jeigu studentų yra:
a) 3; b) 4; c) 6?

41. Du šauliai po vieną kartą šauna į taikinį. Pirmojo šaulio pataikymo tikimybė lygi 0,7, antrojo — 0,8. Apskaičiuokite tikimybę, kad:

a) bent vienas pataikys; b) abu pataikys;

c) vienas iš šaulių pataikys; d) nė vienas nepataikys.

42. Krepšinio komandos A ir B žaidžia tarpusavyje čempionato superfinale. Yra žinoma, kad tikimybė laimėti komandai A vienerias rungtynes prieš B yra 0,6. Superfinalą laimi ta komanda, kuri žaisdama finalinę rungtynių seriją, pirmoji pasiekia tris pergales. Komandos turi sužaisti mažiausiai trejas rungtynes, bet finalinei rungtynių serijai gali prireikti ir ketverių arba penkerių rungtynių. Apskaičiuokite tikimybę, kad:
a) komanda A laimės superfinalą, sužaidusi 3 rungtynes (laimės trejas pirmąsias rungtynes);
b) komanda A laimės superfinalą sužaidusi 4 rungtynes;
c) komanda A laimės superfinalą sužaidusi 5 rungtynes;
d) komanda A laimės superfinalą.

43. Dvi šachmatininkų komandos susitinka dviejų ratų mače. Kiekvienoje komandoje po 2 žaidėjus. Kiekvienas pirmosios komandos šachmatininkas žaidžia po vieną partiją su antrosios komandos kiekvienu žaidėju. Už laimėtą partiją komanda gauna 2 taškus, už lygiąsias — 1 tašką, už pralaimėtą taškai neskiriami.
Tikimybės, kad pirmosios komandos šachmatininkas partiją laimės, kad sužais lygiosiomis ir kad pralaimės, yra lygios ir nepriklauso nuo kitų partijų baigčių. Apskaičiuokite tikimybę, kad pirmoji komanda surinks:

a) 8 taškus; b) 7 taškus; c) 6 taškus; d) ne mažiau kaip 6 taškus.

44. Iš dėžės, kurioje yra 3 balti ir 2 juodi rutuliai, atsitiktinai paimtas vienas rutulys ir perdėtas į antrąją dėžę, kurioje buvo 4 balti ir 4 juodi rutuliai. Po to iš antrosios dėžės atsitiktinai išimtas vienas rutulys. Kokia tikimybė, kad jis baltas?

45. Tikimybė, kad krepšininkas pataikys baudos metimą, lygi 0,8. Tačiau antrojo baudos metimo sėkmė priklauso nuo pirmojo metimo rezultato: jei pirmąjį pataiko, tai antrojo metimo pataikymo tikimybė lygi 0,9; jei pirmojo nepataiko, tai antrasis metimas tikslus su tikimybe 0,85. Apskaičiuokite šių įvykių tikimybes:

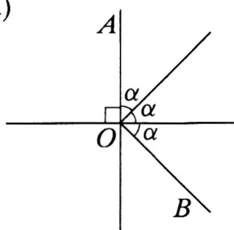
a) krepšininkas pataikys abu baudos metimus;

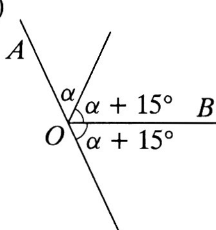
b) krepšininkas nepataikys nė vieno iš dviejų baudos metimų;

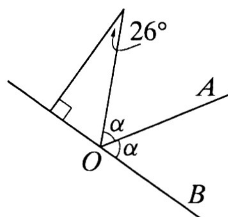
c) krepšininkas pataikys vieną baudos metimą iš dviejų.

5. PLOKŠTUMOS GEOMETRIJA

1. Raskite kampą AOB:

a)


b)


c)


2. Iš trikampio stačiojo kampo viršūnės nubrėžtos aukštinė ir pusiaukampinė sudaro 30° kampą. Apskaičiuokite smailiuosius trikampio kampus.

3. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 35 cm, o į pagrindą nubrėžta pusiaukraštinė lygi 28 cm. Apskaičiuokite trikampio pagrindą.

4. Vienas stačiojo trikampio priekampis lygus 135°, o aukštinė, nubrėžta į įžambinę, lygi $4\sqrt{2}$. Apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą.

5. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 60 cm. Pratęsus pagrindą, susidaro 150° priekampis. Apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą.

6. Ar pakanka 8 m vielos norint iš jos išlankstyti lygiakraštį trikampį, kurio plotas būtų $2\sqrt{3}\,\text{m}^2$?

7. Lygiašonio trikampio plotas yra $9{,}6\,\text{cm}^2$, o jo pagrindas lygus 4 cm. Apskaičiuokite:

a) trikampio perimetrą; b) trikampio aukštines.

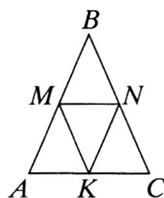
8. Trikampio ABC perimetras lygus 140 cm. Jo pusiaukampinė AD kraštinę BC dalija į atkarpas $CD = 15$ cm, $BD = 45$ cm. Įrodykite, kad trikampis ABC yra lygiašonis.

9. Trikampyje ABC iš taško A nubrėžtos tiesės, kertančios kraštinę BC taškuose M ir N taip, kad $\angle BAM = \angle C$ ir $\angle CAN = \angle B$. Įrodykite, kad trikampis AMN lygiašonis.

10. Įrodykite, kad trikampiai ABC ir $A_1B_1C_1$ yra lygūs, jei $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ ir $\angle C = \angle C_1$.

11. Nubrėžtos lygiagretainio $ABCD$ aukštinės BE ir CF. Įrodykite, kad trikampiai ABE ir DCF yra lygūs.

12. Nubrėžtos lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$, $AC \neq \neq AB$) vidurinės linijos MN, NK ir KM. Kurie brėžinyje esantys trikampiai yra lygūs? Kurie keturkampiai yra lygūs?



13. Įrodykite stačiųjų trikampių lygumo požymius:
a) pagal du statinius;
b) pagal statinį ir smailųjį kampą prie jo;
c) pagal įžambinę ir smailųjį kampą;
d) pagal įžambinę ir statinį.

14. Trikampio viena kraštinė lygi 4, o kampai prie tos kraštinės 30° ir 45°. Apskaičiuokite trikampio plotą.

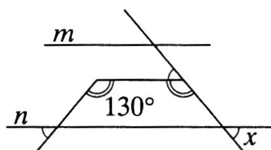
15. Apskaičiuokite stačiojo trikampio kraštinių ilgius, jeigu jo perimetras lygus 12 cm, o plotas yra 6 cm^2.

16. Stačiojo trikampio statinių ilgiai yra 3 ir 4. Apskaičiuokite stačiojo kampo pusiaukampinės ilgį.

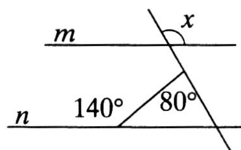
17. Dvi lygiagrečias tieses kerta trečioji tiesė. Raskite susidariusius vidaus vienašalius kampus, jei vienas jų 4 kartus mažesnis už kitą.

18. Tiesės m ir n yra lygiagrečios, o vienodais lankeliais pažymėti kampai lygūs. Apskaičiuokite kampo x didumą:

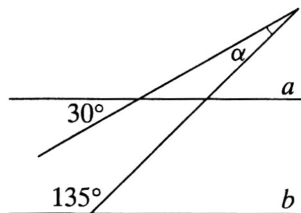
a)



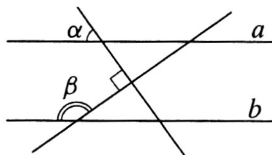
b)



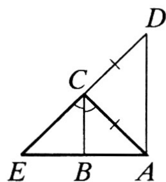
19. Tiesės a ir b lygiagrečios. Raskite α.



20. Tiesės a ir b lygiagrečios. Raskite $\beta - \alpha$.



21. Trikampio AEC kraštinės EC tęsinyje atidėta atkarpa CD, lygi kraštinei AC ir nubrėžta atkarpa AD. Nubrėžta kampo ACE pusiaukampinė CB. Įrodykite, kad keturkampis $ABCD$ yra trapecija.



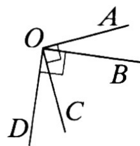
22. Vieno kampo kraštinės yra atitinkamai lygiagrečios kito kampo kraštinėms. Šių kampų skirtumas 40°. Raskite tuos kampus.

Pavyzdys. Įrodykime, kad smailieji kampai su atitinkamai statmenomis kraštinėmis yra lygūs.

Duota: $OA \perp OC$, $OB \perp OD$, $\angle AOB < 90°$, $\angle COD < 90°$.

Įrodyti: $\angle AOB = \angle COD$.

Įrodymas. $\angle AOB = 90° - \angle BOC$; $\angle COD = 90° - \angle BOC$. Kadangi abiejų lygybių dešiniosios pusės lygios, tai lygios ir kairiosios: $\angle AOB = \angle COD$.



---

23. Įrodykite, kad bukieji kampai su atitinkamai statmenomis kraštinėmis yra lygūs.

24. Įrodykite, kad kampų su atitinkamai statmenomis kraštinėmis suma yra lygi 180°, jeigu vienas jų yra bukas, o kitas smailus.

25. Bukojo kampo kraštinės yra statmenos smailiojo kampo kraštinėms. Šių kampų skirtumas 30°. Raskite tuos kampus.

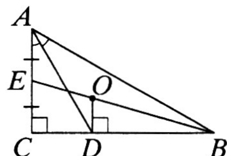
26. Vieno kampo kraštinės yra statmenos kito kampo kraštinėms. Vienas šių kampų didesnis už kitą du kartus. Raskite tuos kampus.

27. Duotas trikampis ABC. Kraštinėse AB ir AC pažymėti taškai M ir N taip, kad $AM = MB$ ir $AN : NC = 2 : 1$. Atkarpos CM ir BN susikerta taške O. Kokiu santykiu taškas O dalija atkarpą CM?

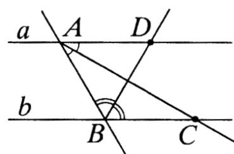
Nurodymas. Per tašką M brėžkite tiesę, lygiagrečią tiesei BN.

28. Trikampio ABC pusiaukampinės susikerta taške O. Per šį tašką nubrėžtos tiesės OD ir OE (taškai D ir E priklauso kraštinei BC), atitinkamai lygiagrečios kraštinėms AB ir AC. Įrodykite, kad trikampio ODE perimetras lygus kraštinės BC ilgiui.

29. Nubrėžta stačiojo trikampio ABC ($\angle C = 90°$) pusiaukampinė AD ir pusiaukraštinė BE. Taškas D sujungtas su pusiaukraštinių susikirtimo tašku O. Raskite trikampio ABC smailiuosius kampus, jei $OD \perp BC$.



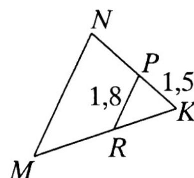
30. Tiesė AB kerta lygiagrečias tieses a ir b. Nubrėžtos vidaus vienašalių kampų pusiaukampinės AC ir BD. Įrodykite, kad taškai A, B, C ir D yra rombo viršūnės.



31. Trikampio ABC kraštinėje AB pažymėtas taškas M, o kraštinėje BC — taškas N taip, kad MN lygiagreti trikampio kraštinei AC, o trikampio MBN plotas keturis kartus mažesnis už trikampio ABC plotą. Apskaičiuokite atkarpos MN ilgį, jei $AC = 15\,\text{cm}$.

32. Iš taško M, priklausančio stačiojo trikampio ABC įžambinei AB, nubrėžtas statmuo MN statiniui AC. Įrodykite, kad trikampis AMN panašus į trikampį ABC. Apskaičiuokite statinį BC, kai $AC = 8$, $MN = 6$, $CN = 3$.

33. Duota: $\triangle MNK$, $PR \parallel MN$, $MR : RK = 5 : 2$,
$PR = 1{,}8\,\text{cm}$, $KP = 1{,}5\,\text{cm}$.
Rasti: MN, NP.



34. Trikampio ABC kraštinės sutinka kaip $AB : BC : AC = 4 : 5 : 6$. Apskaičiuokite panašaus į jį trikampio $A_1B_1C_1$ kraštines A_1B_1 ir A_1C_1, kai vidurinioji pagal ilgį kraštinė $B_1C_1 = 12\,\text{cm}$.

35. Trikampio kraštinės sutinka kaip $2 : 3 : 4$. Panašaus į jį trikampio perimetras lygus 36 m. Apskaičiuokite šio trikampio kraštines.

36. Vieno trikampio kraštinės yra lygios 8 dm, 16 dm ir 20 dm. Panašaus į jį trikampio perimetras lygus 11 m. Raskite antrojo trikampio kraštines.

37. Duotas lygiašonis trikampis ABC ($AB = BC$). Nubrėžtos jo aukštinės AD ir BE. Įrodykite, kad trikampiai ABE ir ACD panašūs.

38. Duotas trikampis ABC. Nubrėžtos aukštinės AA_1 ir BB_1. Įrodykite, kad trikampis A_1B_1C panašus į trikampį ABC.

39. Duotas trikampis ABC. Nubrėžtos aukštinės AA_1 ir BB_1, susikertančios taške O. Įrodykite:

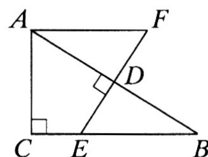
a) $\triangle OA_1B \backsim \triangle AA_1C$; b) $A_1O \cdot A_1A = A_1B \cdot A_1C$.

40. Taškas D yra trikampio ABC kraštinėje AC, $\angle BDC = \angle ABC$, $AD = 12\,\text{cm}$ ir $DC = 4\,\text{cm}$. Raskite kraštinės BC ilgį ir įrodykite, kad $AB = 2BD$.

41. Duoti du panašūs trikampiai, kurių dviejų atitinkamų kraštinių ilgių santykis lygus $\frac{13}{11}$, o skirtumas 0,5. Raskite tas kraštines.

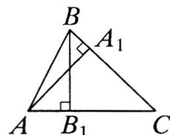
42. Dviejų panašiųjų trikampių perimetrų santykis $4 : 7$, o šių trikampių dviejų atitinkamų kraštinių ilgių skirtumas lygus 6 cm. Raskite šias kraštines.

43. Duotas statusis trikampis ABC ($\angle C = 90°$). Nubrėžtas įžambinės vidurio statmuo DE ($D \in AB$, $E \in BC$). Per viršūnę A nubrėžta tiesė, lygiagreti kraštinei BC. Ji kerta tiesę DE taške F. Kurie brėžinyje esantys trikampiai yra panašūs? Įrodykite.



44. Trikampio dviejų kraštinių ilgiai 10 ir 15. Įrodykite, kad tų kraštinių sudaromo kampo pusiaukampinė mažesnė už 12.

45. Duota: $\triangle ABC$, $AA_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AC$, $AC - BC = 3$,
$S_{BB_1C} = 45$, $S_{AA_1C} = 80$.
Raskite: BC, AC.



46. Duotas trikampis ABC, kurio $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ ir $\angle A = 2\angle B$. Įrodykite, kad trikampio kraštinių ilgiams galioja lygybė $a^2 = b(b + c)$.

47. Trikampio ABC kampas A dvigubai didesnis už kampą B, o prieš tuos kampus esančios kraštinės, atitinkamai lygios 6 cm ir 4 cm. Raskite trečiąją trikampio kraštinę.
Nurodymas. Remkitės 46 uždavinio lygybe.

48. Trikampio ABC kraštinės $AB = 17$, $BC = 28$, $AC = 39$. Apskaičiuokite kampo C sinuso, kosinuso ir tangento reikšmes.

49. Stačiojo trikampio statinis lygus 5, o smailusis kampas prie jo 30°. Apskaičiuokite kitas dvi trikampio kraštines ir apibrėžto apie trikampį apskritimo skersmenį.

50. Viena trikampio kraštinė lygi a, o kampas prieš ją lygus α. Raskite apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį, kai:

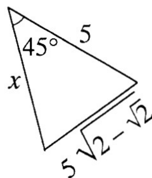
a) $\alpha = 30°$; b) $\alpha = 45°$; c) $\alpha = 60°$; d) $\alpha = 90°$.

51. Dvi trikampio kraštinės lygios 8 cm ir 5 cm, o smailiojo kampo tarp jų sinusas lygus $\frac{3}{5}$. Apskaičiuokite to trikampio perimetrą ir plotą.

52. Į įžambinę nutiesta stačiojo trikampio pusiaukraštinė lygi 4 ir dalija statųjį kampą santykiu 1 : 2. Apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą.

53. Trikampio ABC kraštinės $AB = 3$ cm, $AC = 7$ cm, o pusiaukraštinė $AN = 4$ cm. Apskaičiuokite trikampio plotą.

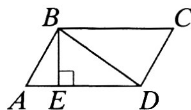
54. Apskaičiuokite x.



55. Apskaičiuokite lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) perimetrą, jei jo viršūnės kampas B lygus 30°, o trikampio plotas 4 cm^2.

56. Lygiagretainio kraštinių ilgiai yra 4 cm ir 5 cm, o jo įstrižainės ilgis lygus 3 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio plotą.

57. Duota: $ABCD$ — lygiagretainis, $BE \perp AD$, $\frac{AE}{ED} = \frac{1}{3}$, $AD = 2AB$.
Rasti: $\frac{AC^2}{BD^2}$.



58. Lygiagretainio įstrižainės lygios 6 cm ir 7 cm, o jo kraštinių ilgių skirtumas lygus 2 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio perimetrą.

59. Trumpesnioji lygiagretainio įstrižainė statmena jo kraštinei. Aukštinė, nubrėžta iš bukojo kampo viršūnės, dalija ilgesniąją kraštinę į 9 cm ir 16 cm ilgio atkarpas (imant nuo smailiojo kampo viršūnės). Apskaičiuokite lygiagretainio trumpesniąją įstrižainę ir abi aukštines.

60. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus $6\sqrt{2}$ cm, o šoninės kraštinės pusiaukraštinė — 7,5 cm. Apskaičiuokite šoninės kraštinės ilgį.

61. Nubrėžta lygiagretainio $ABCD$ įstrižainė AC. Apskaičiuokite šio lygiagretainio kampus ir kraštinės AD ilgį, jei $\angle ACB = 30°$, $AB = 5$ ir $AC = 5\sqrt{3}$.

62. Nubrėžta ilgesnioji lygiagretainio $ABCD$ įstrižainė AC. Apskaičiuokite AC, jei $AB = 10$, $BC = 17$ ir $\sin B = \frac{84}{85}$.

63. Lygiagretainio kraštinės lygios 5 cm ir 17 cm, o smailiojo kampo α tarp jų tangentas lygus $\frac{15}{8}$. Apskaičiuokite: a) $\cos\alpha$; b) $\sin\alpha$; c) lygiagretainio plotą.

64. Lygiašoniame trikampyje per pagrindo tašką nubrėžtos tiesės, lygiagretės su šoninėmis kraštinėmis. Įrodykite, kad gautojo lygiagretainio perimetras nepriklauso nuo pagrindo taško padėties.

65. Lygiagretainio kraštinės lygios 16 cm ir 12,8 cm. Atstumas tarp ilgesniųjų kraštinių lygus 6,4 cm. Raskite atstumą tarp trumpesniųjų kraštinių.

66. Lygiagretainio perimetras lygus 48 cm, o jo aukštinės sutinka kaip 3 : 5. Raskite lygiagretainio kraštines.

67. Lygiagretainio kraštinės lygios 7 cm ir 11 cm, o jo įstrižainės sutinka kaip 6 : 7. Raskite įstrižaines.

68. Lygiagretainio įstrižainės 20 cm ir 30 cm ilgio, o ilgesnioji jo kraštinė 23 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio plotą.

69. Raskite lygiagretainio kraštines ir įstrižaines, jei ilgesnioji jo kraštinė lygi trumpesniajai įstrižainei, kraštinių ilgių skirtumas lygus 12 cm, o įstrižainių ilgių skirtumas lygus 8 cm.

70. Trumpesnioji lygiagretainio įstrižainė yra jo aukštinė. Lygiagretainio pusperimetris lygus 50 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio aukštines ir plotą, jei viena lygiagretainio kraštinė 2 cm ilgesnė už kitą.

71. Apskaičiuokite rombo plotą, jei jo kraštinė 15 cm, o viena įstrižainė 18 cm.

72. Rombo, kurio plotas 96 cm^2, viena įstrižainė lygi 12 cm. Apskaičiuokite rombo kraštinę.

73. Rombo plotas lygus 30 cm^2. Viena jo įstrižainė 2,4 karto ilgesnė už kitą. Apskaičiuokite rombo perimetrą.

74. Rombo perimetras 120 cm, o jo įstrižainių ilgių santykis 3 : 4. Apskaičiuokite rombo plotą.

75. Apskaičiuokite rombo perimetrą ir plotą, jei viena jo įstrižainė lygi 24 cm, o kampas prieš ją lygus 120°.

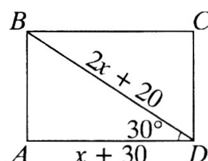
76. Stačiakampio formos sklypo plotas 550 m^2, o kraštinių santykis 2 : 11. Koks sklypą ribojančios tvoros ilgis?

77. Stačiakampio perimetras lygus 100 cm, o plotas 609 cm^2. Apskaičiuokite stačiakampio kraštinių ilgius.

78. Apskaičiuokite stačiakampio plotą, jei vienos jo kraštinės ir įstrižainės santykis yra 3 : 5, o kita kraštinė lygi 14,4 dm.

79. Stačiakampio perimetras 92, o jo įstrižainės ilgis 34. Raskite stačiakampio kraštinių ilgius.

80. $ABCD$ — stačiakampis.
Raskite:
a) x; b) P_{ABCD}; c) S_{ABCD}.



81. Apskaičiuokite:
a) kvadrato plotą, jei jo įstrižainė lygi $72\sqrt{2}$;
b) kvadrato įstrižainę, jei jo plotas lygus 324.

82. Keliais procentais padidės kvadrato plotas, jei:
a) jo kraštinę padidinsime 20%; b) jo įstrižainę padidinsime 20%?

83. Į 4 cm spindulio apskritimą įbrėžtas lygiakraštis trikampis, į tą trikampį — apskritimas, o į mažesnįjį apskritimą — kvadratas. Apskaičiuokite kvadrato kraštinės ilgį.

84. Į lygiakraštį trikampį įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys 3, o į apskritimą — kvadratas. Apskaičiuokite trikampio ir kvadrato kraštines.

85. Į kvadratą įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys a, o į apskritimą — lygiakraštis trikampis. Raskite kvadrato ir trikampio plotus.

86. Vienas lygiašonės trapecijos pagrindas lygus 9 cm, o kitas — 15 cm. Raskite trapecijos perimetrą, jei jos plotas lygus 48 cm^2.

87. Apie apskritimą apibrėžtos lygiašonės trapecijos pagrindai yra 9 cm ir 25 cm ilgio. Apskaičiuokite apskritimo ilgį.

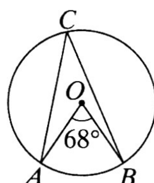
88. Lygiašonės trapecijos pagrindų santykis 5 : 7, aukštinės ilgis 36, o šoninės kraštinės — 39. Raskite trapecijos vidurinę liniją.

89. Trikampio plotas lygus 6 dm^2. Apskaičiuokite plotą trapecijos, kurios vienas pagrindas sutampa su trikampio kraštine, o kitas — su trikampio vidurine linija.

90. Trikampio pagrindas lygus $18\sqrt{2}$ cm. Tiesė, lygiagreti pagrindui, dalija šį trikampį į dvi lygiaplotes figūras. Raskite tos tiesės atkarpos, esančios tarp trikampio kraštinių, ilgį.

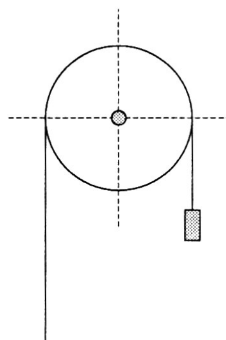
91. Per lygiašonės trapecijos viršūnes nubrėžtas apskritimas. Trapecijos pagrindai atkerta nuo jo 130° ir 30° lankus. Raskite lankus, kuriuos atkerta šoninės kraštinės (du sprendiniai).

92. Taškas O yra apskritimo centras, $\angle AOB = 68^\circ$, $\smile AC = 2\smile AB$.
Apskaičiuokite $\angle BOC$.



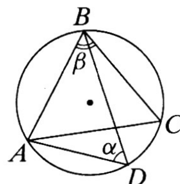
93. Apskritimo centras yra taškas O. Jo skersmuo AB ir styga AC sudaro 30° kampą. Liestinė, nubrėžta per tašką C, kerta skersmens AB tęsinį taške D. Įrodykite, kad $OC = \frac{1}{2}OD$.

94. Krovinys keliamas skridiniu. Kiek metrų pakils krovinys, skridiniui apsisukus 10 kartų, jei skridinio skersmuo lygus 15 cm? (Atsakymą duokite 0,1 tikslumu).



95. Dviejų skritulių spinduliai lygūs 10 cm ir 6 cm. Raskite spindulį trečiojo skritulio, kurio plotas lygus tų dviejų skritulių plotų skirtumui.

96. Duota: $\angle ADB = \alpha$, $\angle ABC = \beta$.
Raskite: $\angle BAC$.



97. Stačiojo trikampio įžambinė lygi 40, o statinių santykis 3 : 4. Apskaičiuokite įbrėžtinio apskritimo spindulio ilgį.

ATSAKYMAI

1 SKYRIUS

1. 31; 62; 93. **2.** 62. **3.** 28. **4.** 27. **5.** −57. **6.** 17. **7.** Ne. **8.** Lyginė.
9. a) 11; b) 12; c) 16; d) 4941. **10.** 39. **11.** 89. **12.** 1; 2; 5.
14. a) 30; 180; b) 42; 3528; c) 165; 2475; d) 1; 207 900. **15.** 990. **16.** 9915.
17. a) 781 182; 78 834 624; b) 78 834 624; c) 5 108 905; d) 781 182.
18. a) Taip; b) taip; c) ne; d) taip.
19. a) 0, 2, 4, 6 arba 8; b) 2 arba 6; c) 0 arba 5; d) 2.
20. a) Ne; b) ne; c) ne; d) taip.
21. a) −5; b) −2; c) 0,4; d) $-\frac{7}{6}$; e) 0,5; f) $1\frac{818}{1511}$.
23. a) 0,2; $\frac{1}{4}$; $\sqrt{0,1}$; b) 0,3; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{0,3}$; c) $(\sqrt{5}-2)^2$; 0,5; $\sqrt{0,5}$; d) $(3-\sqrt{7})^2$; $\sqrt{1,7}$; $1\frac{7}{10}$.
24. a) $\frac{28}{9}$; b) $\frac{32}{15}$; c) $\frac{173}{55}$; d) $\frac{1067}{450}$.
25. a) $\frac{1}{7} < 0,1428(57)$; b) $\frac{7}{30} > 0,23(12)$; c) $\frac{7}{11} > 0,6363$; d) $\frac{5}{11} > 0,(384615)$; e) $5\sqrt{3} < 4\sqrt{5}$; f) $2\sqrt{3} > 3\sqrt{2}-1$.
26. a) $-3\frac{1}{3}$, −1,5, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, 5,(34), $5\frac{4}{11}$; b) 3,(46), $3\frac{6}{13}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{8}$, −2,6, $-2\frac{2}{3}$; c) −3,(8), −3,8, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $4\frac{2}{7}$, 4,286; d) 0,376, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{11}$, −1,6, $-5\frac{5}{6}$, −5,(8).
29. a) Tarp 2 ir 3; b) tarp 7 ir 8; c) tarp −3 ir −2; d) tarp −9 ir −8.
30. a) $a > b$; b) $a > b$; c) $a > b$; d) $a > b$.
31. a) −1, 0, 1, 2; b) 0; c) −2, −1, 0, 1, 2; d) −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3; e) 0, 1, 2; f) 0.
32. $\frac{1}{y}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{x}$. **33.** $\frac{1}{k}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{p}$.
34. a) $0,1 < \sqrt{17}-4 < 0,2$; b) $8,2 < \sqrt{68} < 8,4$; c) $-12,6 < -\sqrt{153} < -12,3$; d) $-2,2 < 2-\sqrt{17} < -2,1$.
35. a) $1,8 < \sqrt{15}-2 < 1,9$; b) $7,6 < \sqrt{60} < 7,8$; c) $-11,7 < -\sqrt{135} < -11,4$; d) $1,1 < 5-\sqrt{15} < 1,2$.
36. a) $1,5 < 2a+1 < 1\frac{2}{3}$; b) $-1\frac{1}{3} < -4a < -1$; c) $3 < \frac{1}{a} < 4$; d) $-16 < 4-\frac{5}{a} < -11$.
37. a) $3,5 < 3b+2 < 3,8$; b) $-3,6 < -6b < -3$; c) $1\frac{2}{3} < \frac{1}{b} < 2$; d) $6 < 12-\frac{3}{b} < 7$.
38. a) $3 < a+b < 5$; b) $-2 < a-b < 0$; c) $2 < ab < 6$; d) $\frac{1}{3} < \frac{a}{b} < 1$; e) $1 < \frac{b}{a} < 3$.
39. a) $-5 < a+b < -3,5$; b) $0,5 < a-b < 2$; c) $2,5 < ab < 6$; d) $\frac{1}{3} < \frac{a}{b} < \frac{4}{5}$; e) $1\frac{1}{4} < \frac{b}{a} < 3$.
40. a) 20; b) 17. **43.** a) $38-19\sqrt{6}$; b) 25; c) 1; d) 1; e) 6; f) −4.
44. a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $-\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{7})}{5}$; c) $-\frac{\sqrt{85}+10}{3}$; d) $\frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{5}+1)(2\sqrt{3}+1)}{11}$.
45. a) 4; b) 2; c) −0,5; d) 1,5. **46.** 0,91 h.
47. a) 20,5 m; b) 0,2 m; c) 105,2 m; d) 270,2 m.
48. 10,67 ℓ. **49.** 29,9%. **50.** 0,4%.
51. a) 0,2; b) 0,04; c) 4; d) 2,25; e) $\frac{64}{81}$; f) −3; g) $\sqrt{2}$; h) $-\sqrt{3}$.
52. a) $1,4\cdot10^8$; b) $4,68\cdot10^3$; c) $1,56\cdot10^4$; d) $1,944\cdot10^{-5}$; e) $3\cdot10^4$; f) $1,5\cdot10^3$; g) $4\cdot10^4$; h) $6\cdot10^3$; i) $1,6\cdot10^{-5}$; j) $9,08\cdot10^6$; k) $9,28\cdot10^6$; l) $6,14\cdot10^{-5}$.

55. $\approx 2{,}3 \cdot 10^8$ km. **56.** a) $\approx 9{,}21 \cdot 10^8$ km; b) ≈ 29 km.
57. a) $9{,}3 \cdot 10^6$ m; b) $\approx 2{,}3 \cdot 10^7$ m; c) $\approx 5{,}6 \cdot 10^5$ km.
58. $\approx 1{,}5 \cdot 10^8$ km. **59.** $\approx 9{,}5 \cdot 10^{12}$ km. **60.** $8{,}75 \cdot 10^4$.
61. a) $\approx 9{,}95 \cdot 10^6$; b) $1{,}33 \cdot 10^7$; c) $\approx 33{,}67\%$.
62. a) $20\sqrt{2}$; b) $12\sqrt{3}$; c) $129\sqrt{5}$; d) $4{,}25\sqrt[3]{5}$; e) $-\sqrt{2}$; f) 84; g) $-2{,}5\sqrt[3]{3}$; h) 5; i) $\frac{1}{2}(10 - 3\sqrt{2})$; j) $\frac{1}{2}(13 - \sqrt{5})$; k) 2; l) $\sqrt{3}$; m) 10; n) 10; o) 1; p) $\sqrt{2}$; r) -1; s) $\sqrt[6]{a^5}$; t) $\sqrt[8]{\frac{x^7}{y}}$; u) $3\sqrt[8]{a^7}$; v) $-\sqrt[8]{a^7}$; z) 1.
63. a) 10; b) 23; c) 6; d) 153; e) 0,55; f) -20; g) $8\frac{1}{16}$; h) 1; i) 6; j) 3; k) 72; l) 31; m) $-1{,}5$.
64. a) -384; b) $\frac{1}{12}$; c) 2; d) 3; e) -4.
65. a) $x \neq 0$; b) $x \neq \pm 1$; c) $x \neq \pm 3$; d) $x \neq \pm 1$, $x \neq 2$; e) $x > -2$; f) $x \neq 1$; g) $x \in \boldsymbol{R}$; h) $a \neq 0$; i) $x \neq 0$, $x \neq 1$; j) $x \neq \pm\sqrt{2}$; k) $x \in \boldsymbol{R}$; l) $a \neq 0$; m) $x \neq \pm 1$; n) $x \neq 2$; o) $x \neq 0$; p) $x > 1$.
67. a) 1; b) -1; c) $\frac{1}{2-x}$; d) $-\frac{2}{a^2}$; e) $\frac{n^2+m^2}{(n-m)^2}$; f) $-\frac{1}{a^2}$; g) $\frac{xy}{x^2-y^2}$; h) $\frac{(2-b)b}{2(2b-1)}$; i) $\frac{x-y}{2x-y-1}$; j) $\frac{2x-3}{x-6}$; k) $\frac{b-a}{1+ab}$; l) x^3+y^3; m) 1.
68. a) $x \geqslant 0$; b) $x \leqslant 0$; c) $\varnothing$; d) $0{,}5 \leqslant x \leqslant 3$; e) $x \leqslant 0{,}5$; f) $0{,}5 \leqslant m \leqslant 5$; g) $a \in -0{,}2; 0 \cup (0; +\infty)$; h) $x \leqslant 2{,}5$; i) $2 \leqslant x \leqslant 4$.
69. a) 0; b) 1; c) $2\sqrt[3]{ax}$; d) $\frac{4}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; e) $\frac{a}{b}$; f) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$; g) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a}$; h) $\sqrt{2}$; i) $a-1$, kai $a > -1$; $1-a$, kai $a < -1$; j) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$; k) a^2; l) 1; m) $\sqrt{a}$; n) $\frac{8}{\sqrt{x}}$.
70. a) $1\frac{5}{16}$; b) 8; c) -3; d) 1; e) $\frac{4}{3}\sqrt{3}-1 \approx 1{,}3$; f) 8,2; g) $\frac{1}{7}$; h) 8; i) 48; j) 0,75; k) 0,8; l) 2,5.
71. a) $x-1$, kai $x \leqslant 0$; $3x-1$, kai $0 < x \leqslant 1$; $x+1$, kai $x > 1$; b) $\frac{2}{x}$, kai $x \leqslant -1$ arba $x > 1$; -2, kai $-1 < x < 0$; 2, kai $0 < x \leqslant 1$; c) x^2+2x-1, kai $x \leqslant -1$ arba $x > 0$; $-(x^2+1)$, kai $-1 < x \leqslant 0$; d) $\frac{1}{x+2}$, kai $x < -2$ arba $x > 2$; $-\frac{1}{x+2}$, kai $-2 < x < 2$; e) $-2x+7$, kai $x \leqslant 3$; 1, kai $3 < x \leqslant 4$; $2x-7$, kai $x > 4$; f) 0, kai $a \geqslant b$; $2(b-a)$, kai $a < b$; g) $1-x^2$, kai $x \leqslant 1$; $-(x-1)^2$, kai $x > 1$; h) x^2-x-1, kai $x \leqslant -1$; $-x^2-x+1$, kai $-1 < x \leqslant 0$; $-x^2+x+1$, kai $0 < x \leqslant 1$; x^2+x-1, kai $x > 1$.
72. a) $x \neq 3$; b) $x \neq -\frac{3}{2}$, $x \neq -\frac{2}{3}$; c) $x \neq 2$, $x \neq 3$; d) $x \neq -1$, $x \neq \pm 2$; e) $x \neq 0$, $x \neq \pm 1$; f) $x \neq 1$; g) $x \neq -1$, $x \neq 2$, $x \neq 7$; h) $x \neq \pm 2$; i) $x \in \boldsymbol{R}$; j) $x \neq \pm 2$.
73. a), d), f), g), h) — ne; b), c), e), i), j) — taip.
74. a) 2,5; b) -53; c) -1; 5; d) 2; e) 4; 5; f) 4; 5; g) $-\frac{4}{3}$; h) 3; i) 0; j) -4; -1; k) $\varnothing$; l) 1; m) 7; n) $-1{,}5$; o) 3; p) 0.
75. a) Kai $a = -2$, tai lygtis sprendinių neturi; kai $a \neq -2$, tai $\frac{a-1}{a+2}$; b) kai $a = 0$, tai $x \in \boldsymbol{R}$; kai $a \neq 0$, tai $x = a - 2$; c) kai $a = \pm 2$, tai lygtis sprendinių neturi; kai $a \neq \pm 2$, tai $x = \frac{a}{a^2-4}$; d) kai $a = 1$, tai $x \in \boldsymbol{R}$; kai $a \neq 1$, tai $x = \frac{a+3}{a-1}$; e) kai $a = 1$, tai $x \in \boldsymbol{R}$; kai $a = \pm 2$, tai lygtis sprendinių neturi; kai $a \neq 1$, $a \neq \pm 2$, tai $x = \frac{1}{a^2-4}$; f) kai $a = -1$, $a = \frac{1}{2}$, tai $x \in \boldsymbol{R}$; kai $a = 1$, tai lygtis sprendinių neturi; kai $a \neq -1$, $a \neq \frac{1}{2}$, $a \neq 1$, tai $x = \frac{1}{a-1}$.
76. a) 1; b) $-\frac{1}{3}$; 0; 1; c) -2; 7; d) -4; -3; 6; e) $\frac{3}{4}$; 1; f) 2; 4; g) $\varnothing$; h) $\varnothing$.
77. a) $\frac{5}{3}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $-\frac{5}{2}$; d) $\frac{4}{3}$; e) 2; 3; f) -2; 1; g) $-\frac{1}{2}$; 1; h) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$.

78. a) 19; 72; b) 14; 39; c) 2; 2,5; d) $4\frac{1}{9}$; $8\frac{1}{27}$; e) 16; -44; f) $13\frac{1}{3}$; -48; g) $3\frac{9}{16}$; $3\frac{51}{64}$; h) 17,85; $-74{,}925$.

79. a) -1; 5; b) 1; 3; c) $\frac{1}{2}$; 2; d) -1; $-\frac{1}{3}$; e) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$; f) $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; g) $\frac{1}{3}$; 1; h) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

80. a) -2; 0; 1; b) -1; 0; 1; c) 1; d) -1; e) -2; 1; f) -2; -1; $-\frac{1}{2}$; g) -3; h) -2; -1; 1; i) $-\sqrt{6}$; $\sqrt{6}$; j) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; k) -1; 0; l) 0; m) 2; n) $\varnothing$.

81. a) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$; $\sqrt{\frac{2}{3}}$; b) $\varnothing$; c) -2; $-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 2; d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; e) -3; -1; f) $1-\sqrt{\frac{5}{3}}$; $1+\sqrt{\frac{5}{3}}$; g) $-\frac{3}{2}$; 0; 1; $\frac{5}{2}$; h) -2; 0; $\frac{2}{3}$; $\frac{8}{3}$; i) -3; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; 3; j) $-3-\sqrt{10}$; -3; $-3+\sqrt{10}$; k) 1; 2; 3; 4; l) 1; 2; $1\pm\sqrt{2}$; m) -1; 0; $\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$; n) $1\pm\sqrt{11}$; o) $\frac{1}{2}(1\pm\sqrt{5})$; $2\pm\sqrt{5}$; p) -4; 2; $-1\pm2\sqrt{2}$; r) $-\sqrt[3]{6}$; 1; s) $2-\sqrt[3]{24}$; $2+\sqrt[3]{9}$; t) $\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$; u) $-\frac{3}{2}$; 0; $\frac{-3\pm\sqrt{65}}{4}$.

82. a) $\varnothing$; b) $\varnothing$; c) 3; d) 5; e) 6; f) 3; 18; g) 5; h) 1; i) 40; j) 4; k) 9; l) 77; m) 20; n) 4; o) 4; p) 9; r) 1; s) 3; t) -1; 2; u) 1; v) $1-\sqrt{2}$; 2; 3; z) -4; 1; 4.

83. a) 16; b) 16; c) 4; d) 0; 4; e) 3; f) 5; g) $\frac{73}{32}$; h) 0; 2; i) 0; $\frac{5}{2}$; j) 6; k) 6; l) -7; 2; m) -6; 2; n) -15; 13.

88. a) $x\in[1;+\infty)$; b) $x\in(5;+\infty)$; c) $x\in(-\infty;3{,}5]$; d) $x\in\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$; e) $x\in(-\infty;3]$; f) $x\in(-\infty;6)$; g) $x\in[-3;2]$; h) $x\in(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$; i) $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$; j) $x\in\boldsymbol{R}$; k) $x\in(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$; l) $x\in(-\infty;-14{,}4)$; m) $x\in\left(-\infty;-\frac{10}{3}\right]\cup\left[\frac{10}{3};+\infty\right)$; n) $x\in(-2;3)$; o) $x\in\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)\cup(3;+\infty)$; p) $x\in(-2;3)\cup[5;+\infty)$; r) $x\in(-\infty;-2]\cup(-1;2]\cup(4;+\infty)$; s) $(-1;8)$; t) $x\in(-\infty;-2)\cup(-1;0]$; u) $x\in(-\infty;-10]\cup(-2;4)$; v) $x\in\left(-\frac{3}{2};-\frac{4}{3}\right)\cup(-1;1]$; z) $x\in(-\infty;-1]\cup\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.

89. a) $a\in(-1;0)\cup(0;1)$; b) $a\in(\boldsymbol{R})\setminus\{2\}$; c) $a\in\left(-\frac{4}{3};-1\right)\cup(-1;0)$; d) $a\in(-\infty;0)\cup(0;9)$; e) $a\in(-5;-4)\cup(-4;5)$; f) $a\in(-\infty;4)\cup(8;+\infty)$; g) $a\in\left(\frac{3}{2};2\right)\cup(2;+\infty)$; h) $a\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

90. a) $b\in(-\infty;-4)\cup(-2;+\infty)$; b) $\varnothing$; c) $b\in(-\infty;4{,}5)$; d) $b\in(12;24)$.

91. a) 3; b) -2; c) 2; d) 1.

92. a) $x\in\left(\frac{7}{9};\frac{6}{5}\right)$; b) $x\in\left(\frac{1}{6};1\right]$; c) $(-3;-1)$; d) $x\in\left[-\frac{3}{2};-1\right)$; e) $x\in\left(\frac{1}{2};2\right]$; f) $x\in\left[-1;\frac{2}{3}\right)\cup(2;3]$; g) $x\in[0;1]\cup\left[2;\frac{5}{2}\right)$; h) $x\in(-\infty;-3)\cup[-1;0)\cup(2;3)$.

93. a) $x\in\left(-\infty;\frac{8}{3}\right)$; b) $x\in\left(-\infty;\frac{3}{5}\right)$; c) $x\in(-3;1)$; d) $x\in(-2;0)$; e) $x\in(-\infty;2)$; f) $x\in\left(\frac{13}{8};+\infty\right)$.

94. a) $\frac{2}{3}$; 2; b) $x\in[4;+\infty)$; c) -1; d) $x\in\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$; e) $\varnothing$; f) $x\in\{5\}\cup[1;2]$; g) $x\in(2;+\infty)$; h) -10; 2; $\frac{-2+\sqrt{7}}{3}$; i) -3; -1; j) -1; 1.

95. a) $x\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$; b) $x\in(-\infty;-9{,}5)\cup(2{,}5;+\infty)$; c) $x\in[2;4]$; d) $x\in[-3;9]$; e) $x\in\left(-\infty;-\frac{13}{5}\right]\cup[3;+\infty)$; f) $x\in\left(-\infty;-\frac{5}{3}\right]\cup[-1;+\infty)$; g) $x\in\left(-\infty;-3-\sqrt{10}\right]\cup\{-1\}\cup\left[-3+\sqrt{10};+\infty\right)$; h) $x\in\left(-\infty;2\sqrt{2}\right)\cup\left(2+2\sqrt{3};+\infty\right)$; i) $x\in\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};5\right)$; j) $x\in\left(\frac{3}{4};1\right)\cup(1;+\infty)$; k) $x\in(-4;0)\cup(2;4)$; l) $x\in\left(\sqrt{2};2\sqrt{3}\right)$; m) $x\in(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$; n) $\varnothing$; o) $x\in(-5;-4)\cup\left(-2;\sqrt{3}-2\right)$; p) $x\in(-1-2\sqrt{2};-3)\cup(1;3)$.

96. a) $p\leqslant-\frac{1}{7}$; b) $p\in(-6;2)$; c) $\varnothing$; d) $p\in(0;28)$; e) $p\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$; f) $p<-4$; g) $p\in\left[-\frac{3}{4};0\right]$; h) $\varnothing$.

97. a) $x > \frac{a+3}{5-a}$, kai $a < 5$; $\varnothing$, kai $a = 5$; $x < \frac{a+3}{5-a}$, kai $a > 5$; b) $x \geqslant \frac{2a}{a+3}$, kai $a < -3$; $\varnothing$, kai $a = -3$; $x \leqslant \frac{2a}{a+3}$, kai $a > -3$; c) $x < \frac{a+5}{a}$, kai $a > 0$; $\varnothing$, kai $a = 0$; $x > \frac{a+5}{a}$, kai $a < 0$; d) $x < \frac{1-6a}{a+3}$, kai $a < -3$; $\varnothing$, kai $a = -3$; $x > \frac{1-6a}{a+3}$, kai $a > -3$; e) $x = \sqrt{3}$, kai $a = 2\sqrt{3}$; $x = -\sqrt{3}$, kai $a = -2\sqrt{3}$; $x \in \left[\frac{a-\sqrt{a^2-12}}{2}; \frac{a+\sqrt{a^2-12}}{2}\right]$, kai $a \in \left(-\infty; -2\sqrt{3}\right) \cup \left(2\sqrt{3}; +\infty\right)$; $\varnothing$ su likusiais a; f) $x \in \boldsymbol{R}$, kai $a \in (-\infty; -1)$; $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$, kai $a = -1$; $x \in \left(-\infty; -1-\sqrt{1+a}\right) \cup (-1+\sqrt{1+a}; +\infty)$, kai $a > -1$.

99. a) $(-3; -1)$; b) $(1; 2)$; c) $(2; 2)$; d) $(3; 2)$, $(-2; -3)$; e) $(0; -4)$, $(3; 5)$, $(-3; 5)$; f) $(-2; 1)$, $(2; -1)$, $\left(\frac{11}{\sqrt{26}}; \frac{3}{\sqrt{26}}\right)$, $\left(-\frac{11}{\sqrt{26}}; -\frac{3}{\sqrt{26}}\right)$; g) $(1; 3)$, $(3; 1)$; h) $(2; 3)$, $(3; 2)$; i) $(5; -1)$, $(-5; 1)$; j) $(2; 1)$, $(-2; -1)$; k) $(5; 3)$; l) $(7; 3)$, $(-7; -3)$; m) $(4; 2)$, $(2; 4)$; n) $(3; 2)$, $(-3; -2)$; o) $(3; 2)$; p) $(4; 1)$, $\left(\frac{10}{3}; \frac{2}{3}\right)$; r) $(2; 1)$, $(-1; -2)$; s) $(3; 1)$, $(3; -1)$, $\left(-\frac{5}{3}; \frac{\sqrt{65}}{3}\right)$, $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{\sqrt{65}}{3}\right)$; t) $\left(2; \frac{16}{17-12\sqrt{2}}\right)$, $\left(\frac{1}{2}; \frac{16}{41-24\sqrt{2}}\right)$; u) $(124; 76)$; v) $(-45; 9)$, $(-35; 7)$; z) $\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

100. a) $p = 19{,}2$; $p \neq 19{,}2$; $\varnothing$; b) $p = 6$; $p \neq 6$; $\varnothing$; c) $p = -2$; $p \neq -2$, $p \neq 1$; $p = 1$; d) $\varnothing$; $p \neq -6$, $p \neq -1$; $p = -6$, $p = -1$; e) $p = -7$; $p \neq -7$, $p \neq -2$; $p = -2$; f) $p = 4$; $p \neq 4$; $\varnothing$.

101. a) $a \in \left(-\infty; -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; +\infty\right)$; $a = -\sqrt{2}$, $a = \sqrt{2}$; $a \in \left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right)$; b) $a \neq 0$; $a = 0$; $\varnothing$; c) $a < -\frac{5}{4}$; $\varnothing$; $a \geqslant -\frac{5}{4}$; d) $a < -1$; $\varnothing$; $a \geqslant 1$.

102. Per 30 min. **103.** 20. **104.** Per 9 dienas. **105.** Per 2 val. 40 min.
106. 32 km/h. **107.** 13,5 km/h, 22,5 km/h. **108.** 30 km/h, 60 km/h. **109.** 5 ℓ.
110. 8%. **111.** 3 t. **112.** 70%. **113.** $\frac{3}{28}$. **114.** 2400 Lt.
115. 720, 150. **116.** 10,26 cnt, 11,16 cnt. **117.** 19,5 kg, 3 kg, 2,5 kg.

2 SKYRIUS

4. a) 12; b) 4. **5.** Gali, jei $\overrightarrow{MN}$ — nulinis.

7. $|\overrightarrow{CD}| = 5$ cm, $|\overrightarrow{BC}| = 12$ cm, $|\overrightarrow{AC}| = 13$ cm.

8. a) $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{CD}$; c) $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{BC}$; d) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EC}$.

9. a) $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DC}$ ir $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BA}$ ir $\overrightarrow{CD}$; b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

10. a) $\overrightarrow{AA_1}$ ir $\overrightarrow{D_1D}$, $\overrightarrow{BB_1}$ ir $\overrightarrow{D_1D}$, $\overrightarrow{CC_1}$ ir $\overrightarrow{D_1D}$, $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{C_1D_1}$, $\overrightarrow{DC}$ ir $\overrightarrow{C_1D_1}$, $\overrightarrow{A_1B_1}$ ir $\overrightarrow{C_1D_1}$, $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{D_1A_1}$, $\overrightarrow{BC}$ ir $\overrightarrow{D_1A_1}$, $\overrightarrow{B_1C_1}$ ir $\overrightarrow{D_1A_1}$; b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{A_1B_1}$, $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B_1C_1}$.

12. a) $\overrightarrow{AM}$; b) $\vec{0}$; c) $\vec{0}$. **13.** a) $a + b$; b) $a - b$.

15. a) $\vec{a} + \vec{b}$; b) $\vec{h} + \vec{d}$; c) $\vec{f} + \vec{h}$; d) $\vec{f} + \vec{c}$; $\vec{e} + \vec{d}$.

16. a), c), d), e), f), h), i) — taip; b), g) — ne.

18. b) $\overrightarrow{CD}$ arba $\overrightarrow{BA}$; c) $2\overrightarrow{AB}$ arba $2\overrightarrow{DC}$.

19. a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$; b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$.

20. a) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}$; b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}$.

22. a) $\vec{0}$; b) $\overrightarrow{AM}$; c) $\vec{a}+\vec{b}$. **24.** a), c), e), g), h) — taip; b), d), f) — ne.
26. a) Kai bent vienas iš vektorių $\vec{a}, \vec{b}$ yra nulinis arba $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ — priešingų krypčių; b) kai $\vec{b}$ yra nulinis arba $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ — tos pačios krypties ir $|\vec{a}| \geqslant |\vec{b}|$; c) kai $\vec{a}$ yra nulinis arba abu vektoriai yra vienakrypčiai ir $|\vec{a}| \leqslant |\vec{b}|$; d) kai $\vec{a}=\vec{b}$.
27. 4 arba 10. **28.** $2\sqrt{7}$ cm.
29. a) $\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$; b) $-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{CD}$; c) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{BD}$.
30. a) $\vec{0}$; b) $\overrightarrow{BC}$. **32.** b) $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}$. **33.** a) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}$; b) $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
34. a) Taip; b) taip. **35.** a) $-5\vec{a}+4\vec{b}-3\vec{c}$; b) $\vec{x}+k\vec{y}$. **37.** $\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB})$.
38. $2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$. **40.** $\overrightarrow{BC}=\frac{4}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{4}{3}\vec{a}$.
41. a) (9; 3), (5; −6), (1; 3), (0; −4); b) (0; 5), (−6; 2), (−2; 0), (−5; 3).
43. a) $\vec{a}=\vec{i}+7\vec{j}$, $\vec{b}=-4\vec{i}+5\vec{j}$, $\vec{c}=2\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{d}=1\frac{1}{3}\vec{j}$; b) $\vec{e}=-10\vec{i}-10\vec{j}$, $\vec{f}=\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}$, $\vec{g}=-4{,}4\vec{i}+5{,}2\vec{j}$, $\vec{0}=0\vec{i}+0\vec{j}$.
44. a) $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, (−12; 15), (−9; −4,7); b) (−1; 1), (100; 0), (0; −50), $(k; l)$.
45. a) $m=1$, $n=-4$; b) $m=4$, $n=-2$; c) $m=n=0$; d) $m=2$, $n=3$.
46. a) (0; 4), (10; −4); b) (−2,5; −1,5), (6,1; −5,7); c) (1,95; −13,6), (−1,95; 1,3); d) $\left(-\frac{49}{12}; -\frac{68}{7}\right)$, $\left(-\frac{29}{12}; -\frac{8}{7}\right)$; e) (−2; 4), (−4; 12); f) (2,2; −2,6), (−0,6; −2,6).
47. (−9; 10). **48.** a) (−4; 3), 5; b) (−5; 12), 13; c) (8; 15), 17; d) $(-1; \sqrt{3})$, 2.
49. (0; 3). **50.** (−3; 7). **51.** a) Taip; b) ne. **52.** a) ±3; b) $\pm\frac{1}{3\sqrt{10}}$.
53. a) $2{,}7\sqrt{2}$; b) −0,45; c) −3; d) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$. **54.** a) 90°; b) 45°; c) 120°; d) 150°.
55. a) (1; 0); b) (0; 2); c) (−5; 0); d) $(9\sqrt{2}; 9\sqrt{2})$; e) $(3\sqrt{3}; 3)$; f) $(5\sqrt{3}; 15)$.
56. a) −5; b) −42; c) −12,2; d) 14,2. **57.** a), c) — taip; b), d) — ne.
58. a) −21; b) $21+6\sqrt{3}$; c) $20-6\sqrt{3}$; d) 10. **59.** (6; −7). **60.** 13.
61. 60°. **62.** 0,6; 0,8; 0. **63.** (4; 2). **64.** 45°. **65.** 120°, 30°, 30°.

3 SKYRIUS

1. c), e), g), i).
2. a) $E(f)=[-1; +\infty)$; funkcijos mažėjimo intervalas $(-\infty; -2)$, didėjimo intervalas $(-2; +\infty)$; b) $E(f)=[0; +\infty)$; funkcijos mažėjimo intervalas $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, didėjimo intervalas $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; c) $E(f)=[-12; +\infty)$; funkcijos mažėjimo intervalas $(-\infty; 3)$, didėjimo intervalas $(3; +\infty)$; d) $E(f)=(-\infty; 0]$; funkcijos mažėjimo intervalas $(1; +\infty)$, didėjimo intervalas $(-\infty; 1)$; e) $E(f)=(-\infty; 0)\cup(0; +\infty)$; funkcijos mažėjimo intervalai $(-\infty; 1)$ ir $(1; +\infty)$; f) $E(f)=(-\infty; 0)\cup(0; +\infty)$; funkcijos didėjimo intervalai $(-\infty; 2)$ ir $(2; +\infty)$.
3. $E(f)=(-\infty; 8]$; funkcijos $f(x)$ mažėjimo intervalas $(-2; +\infty)$, didėjimo intervalas $(-\infty; -2)$; $E(g)=\left(-\infty; 3\frac{1}{8}\right]$; funkcijos $g(x)$ mažėjimo intervalas $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$, didėjimo intervalas $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$; $E(h)=[0; +\infty]$; funkcijos $h(x)$ mažėjimo intervalas $(-\infty; 8)$, didėjimo intervalas $(8; +\infty)$.
4. a) x^2-2x; $\sqrt[3]{x^2}-1$; $\frac{1}{x^2}+1+x^2$; b) $-x^2+5x-4$; $-\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}$; $-\frac{1}{x^2}-2-x^2+\frac{3}{x}+3x$; c) x^3-3x^2+3x+3; $x+4$; $\frac{1}{x^3}+\frac{3}{x}+3x+x^3+4$; d) $3-x^3+3x^2-3x$; $2-x$; $2-\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x}-3x-x^3$.
5. a) $D(f)=(-\infty; +\infty)$, $E(f)=(-\infty; -2)\cup[0; +\infty)$; b) $D(f)=(-\infty; +\infty)$, $E(f)=(-2; +\infty)$; c) $D(f)=(-\infty; +\infty)$, $E(f)=(-\infty; 2]$.

6. a) $(-3; 36)$, $(1; 0)$; b) $(1{,}2; 4{,}64)$; c) $(9; 13)$; d) $(0; 0)$, $(-1; -1)$, $(4; 64)$.
7. a) 1) $E(f) = [-1; 5]$; 2) funkcija mažėja intervaluose $[-3; 0]$ ir $[5; 6]$, didėja intervale $[4; 5]$; 3) $f_{max} = 5$, $f_{min} = -1$; 4) $f(x) = 0$, kai $x = -1$, $x \approx 4{,}2$, $x = 6$; 5) $a = -1$; b) 1) $E(g) = [-1; 2]$; 3) $g_{max} = 2$, $g_{min} = -1$; 4) $f(x) = 0$, kai $x = -5$, $x = 1$, $x = 6$; $f(x) = 2$, kai $x \in [-4; -1]$; 5) $\varnothing$.
8. a) $k = -2$. **9.** a) $a = -\frac{1}{3}$; $b = \frac{13}{3}$. **10.** a) $M(3; 3)$, $N(6; 9)$; b) $M(9; 1{,}5)$, $(2{,}25; 3)$.
11. a) $(-2; 0]\cup(3; +\infty)$; b) $[-3; 0)\cup[5; +\infty)$; c) $(-\infty; -3)\cup(3; +\infty)\cup\{2\}$; d) $(-6; -5]\cup[-4; 1)$; e) $[-4; -1) \cup (-1; 4]$; f) $[-9; -4) \cup (-2; 1]$; g) $[-5; -2] \cup [2; 3) \cup (3; 5]$; h) $(-\infty; -1] \cup [11; +\infty)$.
14. a) $\frac{P-2b}{2}$; b) $\pm\sqrt{\frac{S}{6}}$; c) $\frac{2S}{h} - b$; d) $\frac{Mb}{3-M}$; e) $\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$; f) $\frac{b}{2Kb-1}$; g) $\pm\sqrt{A^2-2}$; h) $(c-2)^3 + 4$.
15. $g(-2) = 1$, $g(0) = 0$, g(2) neapibrėžta, $D(g) = [-2; 1] \cup (2; 3)$, $E(g) = [-3; 4)$.
16. a) $y = 5x + 10$; b) $y = \frac{5-x}{2}$; c) $y = \sqrt{x+3}$; d) $y = \frac{x^2+2}{3}$; e) $y = \frac{10-4x}{x}$; f) $y = \frac{6x-2}{x}$.
17. a) $g(x) = \frac{x+5}{2-x}$, $D(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$, $E(f) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$, $D(g) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$, $E(g) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;
b) $g(x) = \frac{x+1}{x-6}$, $D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, $E(f) = (-\infty; 6) \cup (6; +\infty)$, $D(g) = (-\infty; 6) \cup (6; +\infty)$, $E(g) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
18. a) $\frac{(x+1)}{x-1}|x-1|$; b) $\frac{2(x+1)}{(x-1)}|x-1|$.
22. a) $(-\infty; 0{,}25)$ — didėjimo, $(0{,}25; +\infty)$ — mažėjimo; b) $(-\infty; 0{,}5)$ — mažėjimo, $(0{,}5; +\infty)$ — didėjimo; c) $(-\infty; -1)$ — mažėjimo, $(-1; +\infty)$ — didėjimo; d) $(-\infty; -3)$ — didėjimo, $(-3; +\infty)$ — mažėjimo; e) $(-\infty; 1)$ ir $(2; +\infty)$ — didėjimo, $(1; 2)$ — mažėjimo; f) $(-\infty; -1)$ ir $(0; +\infty)$ — didėjimo, $(-1; 0)$ — mažėjimo.
24. a) $D(f) = [-2; +\infty)$, $D(g) = [2; +\infty)$, $E(f) = [-3; +\infty)$, $E(g) = (-\infty; 3]$; b) $(7; 0)$, $(11; 0)$; $(0; \sqrt{2} - 3)$.
25. a) $a = 1$; b) $a = -3$. **26.** a) $\frac{3}{2}$; b) 5; c) $\frac{1}{2}$.
27. a) Taip; b) $\left(-\infty; -\frac{1}{8}\right) \cup \left(0; \frac{1}{8}\right)$. **28.** a) $m = 4$; b) $m \neq 3{,}5$.
29. a) -4, $(-2; -2)$; b) $k = -1$; $b = 0$.
30. a) $\{1\}$; b) $[1; +\infty)$; c) $(0; 0{,}5]$; d) $\{0; 1; 2; \ldots\}$; e) $\{-\frac{2}{3}; 0\}$.
31. $40 + 0{,}2$; $0 + 0{,}28$; $-4 + 0{,}4$; $-1 + 0{,}55$; $4 + \frac{5}{9}$; $-6 + \frac{5}{7}$.
32. a) 4; b) $-5{,}3$; c) $-1\frac{1}{3}$; d) $1\frac{6}{7}$.
33. a) **C**; b) **D**; c) **B**; d) **E**; e) **A**; f) **A**.
34. a) 4,1 m; b) 2 s; c) 23,7 m.
35. $D(t) = (0; 18]$; $E(t) = [8; 17)$; a) 9 h; b) 14 metų.
36. 160 m. **37.** 98 m. **38.** $\frac{1}{18}$.
39. a) $R = 0{,}6A$; $Ž = 0{,}24A$; b) $M = B + 0{,}12A$; c) $A = 25$; $R = 15$; $Ž = 6$; $M = 4$; d) $B = 5$.
40. a) $x \in (10; 70)$; b) $x \in (0; 10) \cup (70; +\infty)$; c) $x = 40$; d) 900.
41. 8,29%. **42.** **B**. **43.** 75 km/h ir 45 km/h.
44. Tegu A — kairysis, B — dešinysis skaitinis reiškinys: a), c), d), h) — $A > B$; b), f), g) — $A < B$; e) $A = B$.
45. a) $-21\frac{17}{27}$; b) $4\frac{7}{8}$; c) $3x^2 + 9x + 5$; d) 0.

46. Tegu A — kairysis, B — dešinysis reiškinys: a) $A = B$; b) $A < B$; c) $A < B$; d) $A > B$.
47. b), d). **48.** b), f).
49. a) $y = \sqrt{x+1}$, apibrėžimo sritis $[-1; +\infty)$, reikšmių sritis $[0; +\infty)$; b) $y = \sqrt{x} + 1$, apibrėžimo sritis $[0; +\infty)$, reikšmių sritis $[1; +\infty)$; c) $y = \sqrt[3]{x+2}$, apibrėžimo sritis $(-\infty; +\infty)$, reikšmių sritis $(-\infty; +\infty)$; d) $y = \frac{3+4x}{x}$, apibrėžimo sritis $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, reikšmių sritis $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$; e) $y = \frac{2}{x}$, apibrėžimo sritis $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, reikšmių sritis $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; f) $y = \sqrt{\frac{3}{x}}$, apibrėžimo sritis $(0; +\infty)$, reikšmių sritis $(0; +\infty)$.
50. a) **C**; b) **B**; c) **B**; d) **A**, **B**, **E**. **51.** a) 0; b) 0.
52. 40. **53.** a) -1; b) 1. **54.** a), c) — taip; b), d) — ne.
55. a) $\sqrt[5]{-1{,}5}$; b) ± 2; c) ± 10; d) -3; e) $\pm\sqrt[4]{5}$; f) $-0{,}2$.
58. a) 10; b) 10; c) 3; 4; d) $\pm\sqrt{2}$; $\pm\sqrt{17}$; e) 1; f) -1; -3.
59. a) $\sqrt[4]{-x}$; b) $-\sqrt[8]{-a}$.
60. a) ± 1; $\pm\frac{1}{2}$; b) $\pm\frac{1}{2}$; c) 7; d) 5.
61. b), c) — taip; a), d) — ne.
62. a) $y = \frac{3+2x}{x}$; b) $y = \sqrt[3]{x+3}$; c) $y = \sqrt[3]{x} - 3$; d) $y = x^2 - 4x + 2$; e) $y = x^2 - 4x$; f) $y = 2 - x^2 - 2x$.
63. a) ± 5; b) $\varnothing$.
64. Pažymėkime duotąjį reiškinį raide A: a) $A > 1$; b) $A < 1$; c) $A > 1$; d) $A > 1$.
65. a) $\pi^{\frac{1}{5}} < \pi^{\frac{1}{4}}$; b) $\left(\frac{1}{\pi}\right)^{3,2} < \left(\frac{1}{\pi}\right)^{-3,2}$; c) $(0{,}2)^{0,3} > (\pi - 3)^{0,3}$; d) $\left(\sqrt{3}\right)^{\pi} > \left(\sqrt{2}\right)^{\pi}$.
66. a) $0{,}2^{\pi}$; $0{,}2^{3,1414}$; $0{,}2^{\frac{2}{3}}$; $0{,}2^{0,5}$; b) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3,(1)}$; $1{,}7^{3,(1)}$; $\sqrt{3^{3,(1)}}$; $\pi^{3,(1)}$; c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2,1}$; 4^{-2}; $4^{-0,7}$; $4^{\frac{1}{3}}$; d) $\pi^{-\frac{2}{3}}$; $(\sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}$; $1{,}3^{-\frac{2}{3}}$; $0{,}3^{-\frac{2}{3}}$.
68. a), c), f) — didėjanti; b), d), e) — mažėjanti.
69. a) $(0; +\infty)$; b) $(1; +\infty)$; c) $(-\infty; 0)$; d) $(-1; +\infty)$; e) $(0; +\infty)$; f) $(0; +\infty)$.
70. a) Nėra nei lyginė, nei nelyginė; b) $-\frac{3}{16}$; 6; 2450; $\frac{259}{900}$; 24,75; c) ± 1.
71. a) 0; b) $\frac{3}{16}$; c) 19; d) 2,25. **72.** a) 6; b) $2\sqrt{11}$.
73. a) $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(f) = (0; +\infty)$; b) $D(f) = (-\infty; +\infty)$, $E(f) = [0; +\infty)$; c) $D(f) = (-\infty; +\infty)$, $E(f) = [1; +\infty)$; d) $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(f) = (-2; +\infty)$; e) $D(f) = (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$, $E(f) = (0; +\infty)$; f) $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(f) = (0; +\infty)$.
74. a) $(1; 1)$; b) $(1; 1)$. **75.** a) $-1{,}4$; b) 8; c) 7,2; d) $\frac{7}{16}$; e) 26; f) $127\frac{2}{9}$.
76. a) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3}}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$; b) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{5}}{\sqrt{a}+\sqrt{5}}$; c) $\frac{a^2+2\sqrt{3}}{a^2-2\sqrt{3}}$; d) $\frac{x^2+3\sqrt{2}}{x^2-3\sqrt{2}}$; e) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$; f) $\frac{a+b}{a}$; g) $3x\sqrt{y} - \frac{2}{xy}$; h) $5a^3c^3$.
77. a) **B**; b) **C**; c) **A**; d) **E**; e) **C**; f) **D**.
78. a) $a - b$; b) b, kai $0 < b \leqslant 1$; $\frac{1}{b}$, kai $b > 1$. **79.** a) $\frac{1}{64}$; 1; $\frac{1}{4096}$; b) 9; 27; $\frac{1}{3}$.
82. a) $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$; b) $(2; 16)$, $\left(-2; \frac{1}{16}\right)$; c) $\left(\frac{2}{3}; 32\sqrt[3]{2}\right)$, $\left(-\frac{3}{2}; 128\sqrt{2}\right)$; d) $(-2; 1)$, $(3; 1)$.
83. Tegu A — duotasis reiškinys. Tuomet: a) $A > 1$; b) $A > 1$; c) $A < 1$; d) $A < 1$; e) $A < 1$; f) $A < 1$.
84. **B**. **85.** a) 12; b) 81; c) $\frac{1}{3}$; d) 4,5.

87. a) $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(f) = (0; 1) \cup (1; +\infty)$; b) $D(f) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$, $E(f) = [1; +\infty)$; c) $D(f) = (-\infty; +\infty)$, $E(f) = [1; +\infty)$; d) $D(f) = [5; +\infty)$, $E(f) = (0; 1]$.
88. $E(f) = \left[\frac{1}{4}; 8\right]$, $E(g) = \left[\frac{1}{8}; 4\right]$; a) $D(f) = [0; 4]$, $D(g) = [-4; 0]$; b) $D(f) = [-2; 2]$, $D(g) = [-2; 2]$; c) $D(f) = [-4; 4]$, $D(g) = [-4; 4]$.
89. a) $D(h) = [-2; 0]$, $D(g) = [0; 2]$; b) $D(h) = [-2; 2]$, $D(g) = [-2; 2]$; c) $D(h) = [-4; 4]$, $D(g) = [-4; 4]$.
90. $A - B = 1$. **91.** a) 27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$. **92.** a) 8, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{32}$.
93. a) **B**; b) **D**; c) **C**. **94.** a), c) — taip; b), d) — ne.
95. a) -3; 0; 3; b) -4; 0; 4; c) $\frac{1}{2}$; d) 3; e) -1; f) 1; g) 1; h) 2.
96. a) 1,5; b) 0,5; c) 4; d) -1; e) $-0{,}5$; f) $\frac{2}{3}$. **97.** a) 6; b) 7; c) 3; d) 0.
98. a) 3; b) -1; c) 3; d) 3. **99.** a) 3; b) 3; c) 1; d) $\frac{1}{2}$.
100. a) -2; $\frac{1}{3}$; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; 2; d) -1; 4; e) 5; f) 4; g) 2; h) 2; 5; i) 4; j) $-\frac{1}{4}$.
101. a) $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, $(1; 0)$; b) $(0; 0)$, $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$; c) $(1; 0)$, $(3; 0)$; d) $(1; 0)$, $(2; 0)$.
102. a) $-\frac{7}{8}$; b) $-1{,}5$; c) $-1{,}9$; d) 2,25. **103.** a) 3,5; b) 5; c) 1,5; d) 2; e) $\frac{3}{4}$; f) -1.
104. a) $(1; 2)$, $(2; 1)$; b) $(1; 2)$, $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$; c) $(3; 3)$, $(4; 2)$, $(5; 1)$; d) $(2; 3)$; e) $(4; 1)$; f) $(1; 2)$.
105. a) $[-5; 0]$; b) $(-\infty; 5)$; c) $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$; d) $(-\infty; 3]$; e) $[1{,}5; 2)$; f) $\left(\frac{7}{3}; 3\right)$; g) $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$; h) $(1{,}5; 2)$; i) $(-\infty; -2) \cup (1; 2)$; j) $(-1; 3) \cup (5; +\infty)$.
106. a) -3; b) -3; c) -61; d) -1. **107.** a) 2; b) -1; c) -1; d) tokio nėra.
108. a) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$; b) $[0; 1]$; c) $(-\infty; 0)$; d) $(0; +\infty)$.
109. a) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$; b) $[2; 3]$; c) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; d) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$; e) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$; f) $(-\infty; 1]$; g) $(-\infty; -2)$; h) $(0; +\infty)$.
111. $\varnothing$. **112.** a) $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$; b) $(2; 3) \cup (4; +\infty)$.
113. a) $\frac{1}{3}$; b) -2; 0,6; $\frac{2}{3}$; c) -1; 3; d) -3; -2; -1; 3. **114.** $-1{,}2$; 0.
116. $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$. **117.** a) $(1; 7)$; b) $(-\infty; -2) \cup (10; +\infty)$; c) $(-\infty; -1)$.
118. a) $(4; 5)$; b) $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$; c) $(1{,}2; +\infty)$. **119.** a) $(3; +\infty)$; b) $(-\infty; 1)$.
120. a) 8; 1; b) 3; c) $(2; 4)$; d) $[-4; 4]$.
121. a) $\log_9 81 = 2$; b) $\log_7 \frac{1}{49} = -2$; c) $\log_{0,4} \frac{8}{125} = 3$; d) $\log_{0,2} \frac{1}{625} = 4$.
122. a) -2; b) -4; c) 2; d) 1; e) $-3{,}5$; f) 0,5.
123. a) 0,5; b) 4; c) $\frac{1}{3}$; d) 2; e) $\frac{1}{9}$; f) $\frac{1}{8}$. **124.** a) 3; b) $\frac{1}{3}$; c) $2\sqrt{2}$; d) $\frac{1}{9}$; e) 4; f) $\frac{1}{64}$.
125. a) $\log_4 3 + 2\log_4 |x|$; b) $2 + \log_2 |x| - \log_2 |x + 1|$, kai $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$; c) $-1 + \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} x$; d) $\lg 5 - 1 + 2{,}8\lg x$; e) $1 - \lg 3 - \lg x$; f) $2 + \lg 2 + 200\lg x$.
126. a) 7; b) 4; c) 0; d) 1; e) 5; f) 7. **127.** a) **A**; b) **B**; c) **E**; d) **E**.
128. a) -9; b) 36; c) 27; d) 1296; e) $\frac{1}{4}$; f) $\frac{1}{2}$.
129. $2 - 2\lg|x| + 4\lg|y|$; $2 + 2\lg 2 + 4\lg|a| - 2\lg|m|$; $-3 + 3\lg a + \lg b$; $2 + 10\lg|x|$; $3\lg a + 0{,}2\lg m + \frac{1}{2}$.
130. $1 + 3\log_{\frac{1}{2}} a + \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} 3$; $-5 + 5\log_{\frac{1}{2}} x + \frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}} a$; $3 + \frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}} m + 2\log_{\frac{1}{2}} |y|$; $2 + \log_{\frac{1}{2}} a + \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} 3$; $\frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_{\frac{1}{2}} x$.
131. a) $y = \lg \frac{x}{5}$; b) $y = \frac{\lg 3x + 1}{2}$; c) $y = \log_7 x - 1{,}5$; d) $y = -\log_3 x - 2{,}5$.
132. Tegu A — pirmasis, o B — antrasis reiškinys: a) $A < B$; b) $A > B$; c) $A < B$; d) $A < B$.

133. a) $(-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$; b) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$; c) $\left(-\infty; -2\frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$; d) $\left(-1\frac{2}{3}; 1\frac{1}{5}\right)$; e) $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; f) $(-2; 2)$.
134. a) **C**; b) **A**; c) **E**.
135. a) $(-1; 1) \cup (1; 5]$; b) $[-2; 0) \cup (0; 3)$; c) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$; d) $(-3; 2) \cup (3; 4)$.
136. 1) $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$; 2) $D(f) = (-2; +\infty)$, $E(f) = (-\infty; +\infty)$, $D(h) = (-\infty; +\infty)$, $E(h) = (-2; +\infty)$; 3) a) $\log_{\frac{1}{3}} 2$; b) $-1\frac{2}{3}$.
137. 1) $h(x) = \log_3(x-2)$; 2) $D(f) = (-\infty; +\infty)$, $E(f) = (2; +\infty)$, $D(h) = (2; +\infty)$, $E(h) = (-\infty; +\infty)$; 3) a) 29; b) $\varnothing$.
138. a) $-1\frac{3}{7}$; 0; 1,657; b) 0,01; 2; 10 003.
139. a) $[0; +\infty)$; b) $[0; +\infty)$; c) $[-2; +\infty)$; d) $(-\infty; +\infty)$.
140. $A = 2$, $K = 3$. **141.** b).
142. a) $1\frac{19}{70}$; $1\frac{1}{7}$; $-\frac{1}{7}$; b) $\pm\sqrt{9\frac{1}{3}}$; $\pm\sqrt{10}$; $\pm2\sqrt{3}$; c) $2\frac{5}{9}$; $\varnothing$; $-3\frac{5}{9}$; d) $1\frac{1}{4}$; 1; $-\frac{1}{19}$.
143. a) $x > 1$; b) $0 < x < 1$; c) $x > 7$; d) $x > 0{,}5$.
144. a) Reiškinys neigiamas; b) reiškinys teigiamas.
145. a) 5; b) 3; c) 5; d) 5; e) 5; f) 55; g) $\sqrt{2}$; h) 0,5.
146. a) -2; b) 6; c) 6; d) -1. **147.** a) 2; b) 4; c) $1 + \sqrt{3}$; d) 2; 3.
148. a) 10; 10^4; b) 0,1; 10^6; c) $\frac{1}{4}$; 16; d) 0,1; 10; e) 10^{-4}; 10; f) $\varnothing$.
149. a) $-0{,}9$; b) $\varnothing$; c) ±7; d) 10^{10}; e) -1; f) 1; $\sqrt{2}$; g) 2; h) -100; -1.
150. 9. **152.** a) 7; b) 1; 4; c) 4; d) -3. **153.** a) $\log_2(3 + \sqrt{10})$; b) 2; c) -20; d) 1; 2.
154. a) 100; 1000; b) 0,01; 100; c) 0,001; 10; d) 100; e) 100; f) 1; 256.
155. **E**. **156.** a) $\varnothing$; b) $\varnothing$; c) 2; d) 0; 1,5.
157. a) 16; b) -8; c) 2; d) 3; e) 2; f) 5. **158.** a) 25; b) $\sqrt{3}$; c) 3; d) $\frac{1}{9}$; 9.
159. a) $\frac{1}{25}$; $5\sqrt[3]{5}$; b) 2; 16; c) 9; d) 8. **160.** a) $-\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{2}$; 1.
161. a) $(5; -2)$; b) $(2; 2)$; c) $(0; 4)$; d) $(1; 2)$; e) $(8; 4)$; f) $(6; 2)$; g) $\left(16; 1\frac{11}{16}\right)$; $\left(2; 13\frac{1}{2}\right)$; h) $(13; 169)$.
162. **C**. **163.** a) $(1; 11)$; b) $(3; +\infty)$; c) $(-1; -0{,}9)$; d) $\left(\frac{3+\sqrt{10}}{2}; +\infty\right)$.
164. a) -2; b) 12; c) 3; d) 4.
165. a) $(-\infty; -2) \cup (7; +\infty)$; b) $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$; c) $(1; +\infty)$; d) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; e) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$; f) $(-4; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; 4)$.
166. a) $(2; 2{,}6)$; b) $\left(-\infty; \frac{1}{13}\right) \cup (1; +\infty)$. **167.** $[-5; +\infty)$.
168. a) $\left(\frac{5}{6}; 1\frac{3}{5}\right)$; b) $\left(-13\frac{5}{7}; -9\right)$; c) $(4; +\infty)$; d) $\left(-\frac{1}{3}; 4\right)$; e) $(0; 0{,}1) \cup (10; +\infty)$.
169. a) $(1; +\infty)$; b) $(0; 1)$; c) $(1; 3]$; d) $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
170. a) $(3{,}25; +\infty)$; b) $(2{,}2; 3]$; c) $(-3; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; 3)$; d) $(2; 3)$; e) $\left(\frac{1}{5}; 5\right)$; f) $\left(0; \frac{1}{9}\right) \cup (9; +\infty)$; g) $[10; 100]$; h) $(0; 1] \cup [10; +\infty)$; i) $(2; 5)$; j) $\left(-\infty; -6\frac{2}{3}\right) \cup (10; +\infty)$.
171. a) $\left(-\frac{4}{5}; 0\right) \cup \left(1\frac{3}{5}; 2\right)$; b) $(-1{,}6; -1) \cup (1{,}6; 2)$. **172.** a) Ne; b) ne.
174. a) 2; 3; 4; b) 2; 3; 4; 5; 6. **175.** 2.
176. a) $(0; 0{,}5) \cup (0{,}5; 2) \cup (2; +\infty)$; b) $\frac{1}{8}$; $-3\frac{2}{3}$; c) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[5]{8}}\right] \cup [1; 2)$.
177. a) 1; -1; -3; b) $(1; 4)$; c) $(2{,}5; 0)$; d) $1\frac{1}{3}$; e) $(3; 4)$.
178. a) Taip; b) $4\frac{10}{17}$; $\log_2 6$; c) $(-2; 3)$, $(0; 1)$.
179. a) 4; c) $D(f) = (1{,}5; +\infty)$, $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

180. $\frac{5}{2}\pi$, $-\frac{7}{6}\pi$, $\frac{13}{6}\pi$, $-11\frac{11}{90}\pi$, $\frac{13}{300}\pi$, $-\frac{19}{9000}\pi$.
181. 240°, 252°, −195°, −80°, 576°, −361,8°.
182. a) 60° ir 120°; $\frac{\pi}{3}$ ir $\frac{2\pi}{3}$; b) 150°; $\frac{5\pi}{6}$.
184. a) 2; b) 1. **186.** a) III, IV, II, III, II, III; b) IV, III, I, III, II, IV, III.
188. 150°, 75°, 280°, 13,5°, $6\frac{2}{3}^{\circ}$.
189. a) −60°, 120°, 30°; b) −150°, 30°, −30°; c) 90°, −90°, 180°.
190. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
191. $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $(-1; 0)$, $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
192. $(0; 1)$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $(-1; 0)$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $(0; -1)$, $\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $(1; 0)$.
193. a), c), d) — taip; b) ne. **194.** a), d) — taip; b), c) — ne.
195. a) $\operatorname{tg}^2\alpha$; b) $-\operatorname{tg}\alpha$; c) 1; d) 1; e) $\frac{1}{\cos\alpha}$; f) $\cos\alpha + \sin\alpha$.
197. a) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$; b) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; c) $-\sqrt{2}$; d) -1.
198. a), b), c), d), e), g), h) — reiškinys teigiamas; f) reiškinys neigiamas.
199. a) $-\frac{1}{2}$; b) 1; c) $-\frac{1}{2}$; d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) -1; f) 1; g) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; h) $-\sqrt{3}$.
200. a) $-3-\sqrt{3}$; b) 3; c) $\frac{1}{2}$; d) $-9\frac{1}{2}$; e) $\frac{11\sqrt{3}}{12}$; f) 1,9.
201. a) $\frac{40}{41}$; $-4\frac{4}{9}$; $-\frac{9}{40}$; b) $\frac{7}{25}$; $-3\frac{3}{7}$; $-\frac{7}{24}$; c) $\frac{5}{13}$; $\frac{12}{13}$; $2\frac{2}{5}$; d) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$; $-\frac{3}{\sqrt{10}}$; $\frac{1}{3}$.
202. 4π, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, 3π, $\frac{4}{3}\pi$, π, 10π.
203. a) $-\sin 11^\circ$; b) $-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{7}$; c) $-\sin 27^\circ$; d) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}$.
204. e), f) — reiškinys teigiamas; a), b), c), d) — reiškinys neigiamas.
207. b), g), f), h) — lyginė; a), c), d) — nelyginė.
208. a) 0; b) 0; c) −1; d) −1. **210.** a) **C**; b) **D**; c) **D**; d) **B**.
211. a) 9; b) $-\frac{1}{9}$; c) 9,25; d) $\frac{15}{29}$; e) 4,5; f) $2\frac{2}{3}$. **212.** a) $-\frac{13}{14}$; b) IV; c) $\frac{5\sqrt{3}+13}{28}$.
213. a) 0, $\frac{\sqrt{3}-3}{2}$, $-\sqrt{3}$, -3; b) 1,5, $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{4}$, -1; c) 2, $-1+\frac{\sqrt{3}}{6}$, $-1\frac{2}{3}$;
d) 0, $\frac{2\sqrt{3}+1}{2}$, $-\sqrt{3}$, −0,5.
214. a) 4; −2; b) 3; −1; c) $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\pi+3$; $-\pi+3$.
215. a) $(-\infty; +\infty)$; b) $(-\infty; +\infty)$; c) $x \neq \frac{\pi}{2}+1+\pi k$, $k \in Z$; d) $x \neq \frac{\pi k-3}{2}$, $k \in Z$;
e) $(-\infty; +\infty)$; f) $(-\infty; +\infty)$.
216. a) $[-1; 1]$; b) $[-10; 10]$; c) $[-0{,}5; 0{,}5]$; d) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$; e) $(-\infty; 0]$; f) $[-\infty; +\infty)$.
217. a) sin 270°, sin(−30°), sin 170°, sin 20°, sin 30°; b) cos 200°, cos(−60°), cos 40°, cos 340°, cos 10°; c) tg 145°, tg(−20°), tg(−190°), tg 0°, tg 45°; d) ctg(−30°), ctg(−295°), ctg 25°, ctg 10°.
218. a) $y = 2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$; b) $y = 1{,}5|\sin x|$; c) $y = \sin\frac{x}{2}$; d) $y = \cos 2x$;
e) $y = -2|\cos x|$; f) $y = 3\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.
219. a) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = [-1; 1]$, didėjimo intervalai — $\left(-\frac{2\pi}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{3}+2\pi n\right)$, mažėjimo intervalai — $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi n; \frac{4\pi}{3}+2\pi n\right)$, funkcija teigiama intervaluose $\left(-\frac{\pi}{6}+2\pi n; \frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)$, funkcija neigiama intervaluose $\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \frac{11\pi}{6}+2\pi n\right)$; b) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = [-2; 2]$, didėjimo intervalai — $\left(-\frac{2\pi}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{3}+2\pi n\right)$, mažėjimo intervalai — $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi n; \frac{4\pi}{3}+2\pi n\right)$, funkcija teigiama intervaluose $\left(-\frac{\pi}{6}+2\pi n; \frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)$, funkcija neigiama intervaluose $\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \frac{11\pi}{6}+2\pi n\right)$; c) $D(y) = \left(-\frac{\pi}{4}+\pi n; \frac{\pi}{4}+\pi n\right)$,

$E(y) = (-\infty; +\infty)$, didėjimo intervalai — $\left(-\frac{\pi}{4} + \pi n;\ \frac{\pi}{4} + \pi n\right)$, funkcija teigiama intervaluose $\left(-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}\right)$, funkcija neigiama intervaluose $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2};\ \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}\right)$; d) $D(y) = (\pi n; \pi + \pi n)$, $E(y) = (-\infty; +\infty)$, mažėjimo intervalai — $(\pi n; \pi + \pi n)$, funkcija teigiama intervaluose $(\pi n; \operatorname{arctg} 4 + \pi n)$, funkcija neigiama intervaluose $(\operatorname{arctg} 4 + \pi n; \pi + \pi n)$; e) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$, didėjimo intervalai — $\left(-\frac{\pi}{4} + \pi n;\ \frac{\pi}{4} + \pi n\right)$, mažėjimo intervalai — $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n;\ \frac{3\pi}{4} + \pi n\right)$, funkcija teigiama intervaluose $\left(\pi n;\ \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, funkcija neigiama intervaluose $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n;\ \pi + \pi n\right)$; f) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = [0; 1]$, didėjimo intervalai — $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n;\ \pi n\right)$, mažėjimo intervalai — $\left(\pi n;\ \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, funkcija teigiama intervaluose $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n;\ \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$; čia $n \in \mathbf{Z}$.

221. a) $-\frac{\pi}{2}$; b) $-\frac{13\pi}{18}$; c) $-\frac{65\pi}{24}$; d) $\frac{\pi}{3}$. **222.** a) **C**; b) **B**; c) **B**; d) **B**; e) **A**.

223. a) $\frac{17}{14}\pi + 2\pi k$; $\frac{3}{14}\pi + 2\pi k$; $\frac{5}{7}\pi + \pi k$; b) $\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}$; $\frac{7}{18}\pi + \frac{2\pi k}{3}$; $-\frac{1}{9}\pi + \frac{\pi k}{3}$; c) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$; d) $3\pi k$; $\frac{3}{2}\pi + 3\pi k$; $\frac{3}{4}\pi + 3\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

224. a) $(-1)^k \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{5} + \pi k$; b) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; c) $\pm\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{2}$; d) $\pm\frac{5}{2}\pi + 6\pi k$; e) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k$; f) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

225. a) $(-1)^{k+1}\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$; b) $\pm\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$; c) $\frac{\pi}{12} + \pi k$; d) $\frac{5}{12}\pi + \pi k$; e) πk; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k$; f) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{5}{6}\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

226. a) $\left(\frac{9}{2}\pi; -1\right)$; b) $\left(\pm\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \pi k; -1\right)$; c) $\left(\pm\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \pi k; 1\right)$; d) $\left(\frac{5}{12}\pi + \frac{\pi k}{2}; 0\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.

227. a) $\left(2\pi; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; b) $\left(-\frac{3}{2}\pi + 2\pi k; -1\right)$; c) $\left(\frac{\pi}{2} + 4\pi k; 1\right)$; d) $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 0\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.

228. a) $\frac{\pi}{3}k$; b) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; c) $(-1)^k\frac{\pi}{30} + \frac{\pi k}{5}$; d) $\varnothing$; e) $\frac{\pi}{4} + \pi k$; f) $2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

229. πk, $\frac{\pi}{3} + \pi k (k \in \mathbf{Z})$: a) $\frac{\pi}{3}$; b) $-\frac{2}{3}\pi$; c) $-\frac{2}{3}\pi$; d) $\frac{4}{3}\pi$;
$-\frac{3}{8}\pi + \pi k$ $(k \in \mathbf{Z})$: a) $\frac{5}{8}\pi$; b) $-\frac{3}{8}\pi$; c) $-\frac{3}{8}\pi$; d) $\frac{5}{8}\pi$;
$\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ $(k \in \mathbf{Z})$: a) $\frac{\pi}{6}$; b) $-\frac{11}{6}\pi$; c) $\varnothing$; d) $\varnothing$;
$\frac{\pi k}{3}$ $(k \in \mathbf{Z})$: a) $\frac{\pi}{3}$; b) $-\frac{\pi}{3}$; c) $-\frac{\pi}{3}$; $-\frac{2}{3}\pi$; d) $\frac{2\pi}{3}$; π; $\frac{4}{3}\pi$; $\frac{5}{3}\pi$.

230. a) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$; b) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$; c) $(-\infty; -3) \cup (-\sqrt{7}; \sqrt{7}) \cup (3; +\infty)$; d) $(-\infty; -\sqrt{6}) \cup (-2; 2) \cup (\sqrt{6}; +\infty)$; e) $(-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$; f) $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$; g) $m = 0$; h) $m = 3$.

231. a) $\left(\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k\right)$; b) $\left[\frac{\pi}{3} + 4\pi k; \frac{11}{3}\pi + 4\pi k\right]$; c) $\left(-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}\right)$; d) $\left(-\frac{17}{4}\pi + 6\pi k; -\frac{\pi}{4} + 6\pi k\right)$; e) $\left[-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}k\right)$; f) $\left(\frac{\pi}{12} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.

232. a) $\left(-\frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}\pi k; \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}\pi k\right)$; b) $\left(\frac{5}{4}\pi + 10\pi k; \frac{15}{4}\pi + 10\pi k\right)$; c) $\left(-\frac{\pi}{4}\pi + \frac{\pi}{2}k; -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k\right)$; d) $\left(\frac{\pi}{3}k; \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3}k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.

233. a) $\left(\frac{\pi}{24} + \pi k; \frac{5}{24}\pi + \pi k\right)$; b) $\left[\pi + 4\pi k; \frac{11\pi}{3} + 4\pi k\right]$; c) $\left[-\frac{5}{6}\pi + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$; d) $\varnothing$; e) $\left(-\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}; \frac{2\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}\right)$; f) $\left(-\frac{\pi}{2} + 3\pi k; 2\pi + 3\pi k\right)$; g) $(-\infty; +\infty)$; h) $\varnothing$; i) $\varnothing$; j) $(-\infty; +\infty)$, $k \in \mathbf{Z}$.

234. a) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; b) $2\pi k$; c) $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; d) $\left[\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right]$.

235. a) **E**; b) **B**; c) **A**. **236.** $\frac{5}{4}\pi$; $\frac{7}{4}\pi$; $\frac{13}{4}\pi$; $\frac{15}{4}\pi$.

237. 0; $\pm 2 \pm \frac{\pi}{2}$. **238.** $(-\infty; -4]$. **239.** 1,75. **240.** a) **A**; b) **C**; c) **B**; d) **C**.

241. a) $D(y) = [1; 3]$, $E(y) = [0; \pi]$; b) $D(y) = [-3; -1]$, $E(y) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; c) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$; d) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = (0; \pi)$;

e) $D(y) = [3; 5]$, $E(y) = \left[\frac{3}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi\right]$; f) $D(y) = [-6; -4]$, $E(y) = \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;
g) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = (-6\pi; 4\pi)$; h) $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = (\pi; 6\pi)$.

242. a) $\frac{\sqrt{3}+2}{3}$; b) $\varnothing$; c) -1, 0; d) $-\frac{1}{2}$; 0.

243. a) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{5}{4}\pi$; $\frac{3}{2}\pi$; b) $\frac{3}{4}\pi$; $\frac{7}{4}\pi$; c) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{4}{3}\pi$; $\frac{5}{6}\pi$; d) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{4}{3}\pi$.

244. a) $x \neq \frac{\pi}{2}+\pi k$; πk; b) $x \neq \pi k$; $\frac{\pi}{3}k(k \neq 3m, m \in Z)$; c) $x \neq \pi k$; $\varnothing$; d) $x \neq \pi+2\pi k$; $2\pi k$; e) $x \neq \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$; $\frac{\pi}{2}k$; f) $x \neq \frac{\pi}{2}k$; $\frac{\pi}{4}(2k+1)$; g) $x \neq \frac{\pi}{2}k$; $\varnothing$; h) $x \neq \frac{\pi}{2}k$; $\varnothing$.

245. a) $\varnothing$; b) $\varnothing$; c) $\varnothing$; d) $(-1)^k \arcsin\frac{\pi}{6}+\pi k$; e) $\varnothing$; f) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k \in Z$.

246. a) $-\frac{\pi}{6}+\pi k$; b) $\frac{\pi}{3}+\pi k$; c) $-\frac{\pi}{6}+\pi k$; d) $\frac{\pi}{6}+\pi k$; e) $-\operatorname{arctg} 2{,}5+\pi k$; f) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} 0{,}4+\frac{\pi k}{2}$; g) $-\frac{5\pi}{12}+\pi k$; h) πk, $k \in Z$.

247. a) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; b) πk; $\pm\frac{2}{3}\pi+2\pi k$; c) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; d) πk; $-\frac{\pi}{3}+\pi k$; e) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\frac{\pi}{3}+\pi k$; f) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k \in Z$.

248. a) $\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\pi k$; $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; b) $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi k$; $-\operatorname{arctg} 2+\pi k$; c) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg} 2+\pi k$; d) $\operatorname{arctg} 2+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\pi k$; e) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$; $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k$; f) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$; $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k \in Z$.

249. a) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{3}{4}+\pi k$; b) $\varnothing$; c) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $\operatorname{arctg}\frac{3}{2}+\pi k$; d) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\pi k$; e) $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi k$; $-\operatorname{arctg} 3+\pi k$; f) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{7}{3}+\pi k$, $k \in Z$.

250. a) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{4}{3}+\pi k$; b) $\operatorname{arctg} 2+\pi k$; $\frac{\pi}{4}+\pi k$; c) $\operatorname{arctg}\frac{7}{2}+\pi k$; $\frac{\pi}{4}+\pi k$; d) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi k$; e) $\frac{1}{2\operatorname{arctg} 2}+\frac{\pi k}{2}$; $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\frac{\pi k}{2}$; f) $\operatorname{arctg} 2+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi k$, $k \in Z$.

251. a) $\pi+2\pi k$; $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; b) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\pi k$; c) $\varnothing$; d) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi k$.

252. a) 60°, 120°, 180°; b) 45°, 90°.

253. a) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$; b) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$; c) $\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$; d) $\frac{\sqrt{15}-2}{6}$; e) $\frac{12\sqrt{3}+5}{12-5\sqrt{3}}$; f) $\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{1+2\sqrt{6}}$.

254. a) $\frac{77}{85}$; $-\frac{36}{85}$; $\frac{84}{85}$; $-\frac{77}{36}$; b) $-\frac{36}{85}$; $-\frac{13}{85}$; $-\frac{36}{77}$; $6\frac{6}{13}$.

255. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\sin\frac{\pi}{5}$; e) 1; f) -1.

256. $-\frac{16}{65}$. **257.** $\frac{4\sqrt{2}+\sqrt{5}}{9}$.

259. a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; c) $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$; d) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$; e) $2-\sqrt{3}$; f) $\sqrt{3}-2$.

260. a) $\pm\frac{2}{3}\pi+2\pi k$; b) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$; c) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; d) $\pi+2\pi k$; e) $(-1)^{k+1}\arcsin\frac{1}{3}+\pi k$; f) $\frac{1}{2}(-1)^k\arcsin\frac{1}{4}+\pi k$, $k \in Z$.

261. a) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k$; $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; b) $\pi+2\pi k$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$; c) $\pm\frac{2}{3}\pi+4\pi k$; d) $2\pi k$; $\pm\arccos\frac{1}{5}+2\pi k$; e) $\frac{1}{3}\operatorname{arctg} 2+\frac{\pi k}{3}$; $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\frac{\pi k}{3}$; f) $\operatorname{arctg} 3+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\pi k$.

262. a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{2}{3}\pi$; c) $-\frac{\pi}{6}$; d) $-\frac{2}{3}\pi$.

263. a) $\left(\frac{4}{15}\pi+\frac{4}{5}\pi k; \frac{8}{15}\pi+\frac{4}{5}\pi k\right)$; b) $\left[-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}\right]$; c) $\left[-\frac{\pi}{28}+\frac{2\pi}{7}k; \frac{\pi}{28}+\frac{2\pi}{7}k\right]$; d) $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi k; \frac{5\pi}{3}+2\pi k\right)$.

264. a) $\frac{24}{25}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{24}{7}$, $\frac{7}{24}$; b) $-\frac{240}{289}$, $-\frac{161}{289}$, $\frac{240}{161}$, $\frac{161}{240}$.

265. a) $\frac{120}{169}$, $\frac{119}{169}$, $\frac{120}{119}$, $\frac{119}{120}$; b) $-\frac{24}{25}$, $\frac{7}{25}$, $-\frac{24}{7}$, $-\frac{7}{24}$; c) $-\frac{336}{625}$, $\frac{527}{625}$, $-\frac{336}{527}$, $-\frac{527}{336}$; d) $\frac{240}{289}$, $\frac{161}{289}$, $\frac{240}{161}$, $\frac{161}{240}$.

266. a) $\cos(4\alpha)$; b) $4\sin^2\alpha$; c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $-\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$; e) $4\sin\alpha$; f) $4\cos\alpha$.

267. **C**. **269.** a) **E**; b) **B**; c) **E**; d) **C**.

270. a) πk; b) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; c) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k$; d) $2\pi k$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$; e) $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{2}{5}+\frac{\pi k}{3}$; f) $-\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{7}{3}+\frac{\pi k}{2}$.
271. a) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $2\pi k$; b) $\operatorname{arctg}3+\pi k$; $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; c) $(-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k$; d) $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k$; e) $\pm 2\pi+6\pi k$; f) $(-1)^{k+1}\frac{5}{6}\pi+5\pi k$.
272. a) 8; b) 8. **273.** a) 6; b) 5. **274.** a) $\frac{3}{2}\pi$; b) $\frac{3}{4}\pi$. **275.** a) -2; b) 2; c) 2; d) -2.
277. a) Teisinga apibrėžimo srityje; b) ne; c) ne; d) taip.
278. a) $\left[-\frac{5}{6}\pi+2\pi k;\ \frac{5}{6}\pi+2\pi k\right]$; b) $\left[-\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{\pi}{3}+2\pi k\right]$; c) $\left(-\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ \frac{7}{6}\pi+2\pi k\right)$; d) $\left[-\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{\pi}{3}+2\pi k\right]$.
279. a) $-120°$; b) $\frac{7}{6}\pi$; c) $-\frac{3}{4}\pi$; $\frac{\pi}{4}$; d) $-45°$; $135°$; $315°$; e) $\frac{\pi}{4}$; f) $315°$.
280. a) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; b) $x\in(-\infty;+\infty)$; c) $\frac{\pi k}{2}$; d) $\frac{\pi k}{2}$; e) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; f) πk.
281. a) $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$; b) $(\pi+2\pi k;\ 2\pi+2\pi k)$; c) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; d) $(-\infty;+\infty)$.
282. a) $2\sin 16°\cos 4°$; b) $2\cos 42°\sin 10°$; c) $\sqrt{2}\cos 5°$; d) $-\sin 25°$; e) $2\sin\frac{\pi}{36}\cos\frac{5\pi}{36}$; f) $2\cos\frac{3}{40}\pi\cos\frac{\pi}{40}$.
283. a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$; b) $-\sqrt{3}$.
285. a) $4\sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\alpha$; b) $4\cos(4\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{12}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{12}+\alpha\right)$; c) $4\cos 25°\ \sin 28°\ \cos 3°$; d) $4\sin 20°\cos 12°\cos 8°$; e) $4\cos\alpha\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$; f) $2\sqrt{2}\cos\beta\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)$; g) $4\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{8}\right)$; h) $4\sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\alpha}{2}\right)$.
287. a) $\frac{71}{25}$; b) $\frac{118}{125}$; c) $\frac{23}{32}$; d) $\frac{49}{81}$; e) $\pm\sqrt{2-m^2}$; f) $\pm\sqrt{2-a^2}$.
289. a) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$; b) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$; c) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}$; d) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$.
290. a) $\frac{1}{2}(\cos(2\alpha)-\cos(6\alpha)-\cos(4\alpha)+1)$; b) $\cos(6\alpha)+\cos(4\alpha)+\cos(2\alpha)+1$; c) $\sin(9\alpha)-\sin(7\alpha)+\sin(3\alpha)-\sin\alpha$; d) $\frac{1}{2}\big(\sin(4\alpha)+\sin(2\alpha)-\sin(6\alpha)\big)$.
292. a) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{4}$; $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$; b) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$; $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k$; c) $\frac{\pi}{10}+\frac{\pi k}{5}$; $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi}{2}+\pi k$; d) $\frac{\pi}{10}+\frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi k}{2}$.
293. a) $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$; b) $\big(-\infty;-1\big)\cup\big(1;+\infty\big)$; c) $(-\infty;0{,}5)$; d) $(-0{,}5;+\infty)$.
294. 8.
295. a) 1; b) 1; c) be galo daug; d) be galo daug; e) be galo daug; f) be galo daug.
296. a) $[-4;-\pi)\cup(-\pi;0)$; b) $[0;3)$.
297. a) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$; b) πk; $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; c) $2\pi k$; $\pm\frac{2}{3}\pi+2\pi k$; d) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$.
298. a) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{3}{4}\pi$; $\frac{5}{4}\pi$; b) $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3}{2}\pi$. **299.** 0; π.
300. $\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\operatorname{arctg}\frac{5}{4}+\pi k$; $-\frac{3}{4}\pi$.
301. a) $\frac{\pi}{4}+2\pi k$; $\frac{5}{2}\pi$; $\frac{9}{2}\pi$; b) $(-1)^k\frac{1}{2}+3k$; 0,5; 2,5.
302. a) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 50; b) $\pi+2\pi k$; 50.
303. a) $\pi+2\pi k$; b) $[-4;10]$; c) $-\pi$; π; 3π.
304. a) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; b) $[-7;2]$; c) $-\frac{3}{2}\pi$; $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$.
305. a) $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{2\pi}{3}-2\pi k\right)$, $k\in\boldsymbol{Z}$; $\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{4\pi}{3}-2\pi n\right)$, $n\in\boldsymbol{Z}$; b) $\left(\pi k;\ -\frac{\pi}{2}+\pi k\right)$, $k\in\boldsymbol{Z}$; c) $\left((-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k;\ \pi-(-1)^k\frac{\pi}{6}-\pi k\right)$, $k\in\boldsymbol{Z}$; d) $\left(\frac{\pi}{2}+\pi k;\ -\pi k\right)$, $k\in\boldsymbol{Z}$;

e) $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi m; 2\pi n\right)$, $m \in Z$, $n \in Z$; $\left(\frac{\pi}{2}+(2m+1)\pi; \pi+2\pi n\right)$, $m \in Z$, $n \in Z$; f) $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{\pi}{2}+2\pi m\right)$, $k \in Z$, $m \in Z$.

306. a) $\frac{\pi}{2}k$; $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3}$; b) $[1{,}5; 2]$; c) $\frac{\pi}{2}$.

307. 1) $f(x)=3\sin^2(2x)-1$; 2) $f(x)=\frac{1}{2}\left(1-3\cos(4x)\right)$; 3) -1; 2; -1; -1; 4) 1; 5) $\pm\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}$; 6) $[-1; 2]$.

308. 1) 0; 0; 0; 2) $x \neq \frac{\pi}{3}+\pi k$, $x \neq \frac{2\pi}{3}+\pi k$; $(-\infty; +\infty)$; 3) a) $\frac{\pi}{6}+\pi k$; $-\operatorname{arctg} 3\sqrt{3}+\pi k$; b) πk; $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k \in Z$; 5) $f(x)=\frac{8\operatorname{tg} x}{3-\operatorname{tg}^2 x}$; $-8\frac{8}{11}$; 7) $a=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$, $k \in Z$; 8) $[0; \frac{\pi}{3}]$; $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

309. 1) 1; $\frac{2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$; $\frac{6-2\sqrt{3}}{6-3\sqrt{3}}$; 2) a) $2\pi k$; $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; b) $\varnothing$; 3) $f(x)=\frac{1}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}$; $f(x)=\frac{2}{1+\sin x+\cos x}$; 5) $x \neq -\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $x \neq \pi+2\pi m$, $k \in Z$, $m \in Z$; 6) 2; 7) $(-\infty; 1)$; 8) $\left(\pi+2\pi k; \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right)$.

310. 1; 8; 27; 64; 125; 216; 343.

311. a) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; didėjanti; b) 1; -2; -5; -8; -11; mažėjanti; c) 1; 3; 17; 31; 49; didėjanti; d) $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{9}{7}$; $1\frac{7}{9}$; $2\frac{3}{11}$; didėjanti; e) 7; $3\frac{2}{3}$; 3; $2\frac{5}{7}$; $2\frac{5}{9}$; mažėjanti; f) $-\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $-\frac{8}{27}$; $\frac{16}{81}$; $-\frac{32}{243}$; nėra nei didėjanti, nei mažėjanti.

315. a) $(-1)^{n+1}n$; b) $\frac{n^2}{3^n}$; c) 5^{n-2}; d) $\sqrt{2n}$; e) $13n+6$; f) $124-25n$.

316. a) $n=4$; b) $n=1$ arba $n=5$; c) $n=7$; d) $n=3$ arba $n=7$.

317. a) 325; $25+3(k-2)^2$; b) $14\frac{2}{3}$; $48-\frac{1}{3}(k-2)^2$; c) 170; $2k^2-11k+14$; d) 1000π; $\pi(k-2)^3$.

318. a) $n=1,2,\ldots,8$; b) $n=1,2,3,4$; c) $n=1,2,\ldots,8$; d) $n=5,6,7,\ldots$; e) $n=8,9,10,11$; f) $n=26,27,28,29,30$.

319. a) Septyni neigiami nariai; $a_3=-27{,}5$; $a_5=-19{,}5$; $a_{k+3}=\frac{1}{2}(k+3)^2-25$; b) aštuoni neigiami nariai; $a_3=-22$; $a_5=-16\frac{2}{3}$; $a_{k+3}=\frac{1}{3}(k+3)^2-25$.

320. a) $3n-1$; b) $5n-2$.

321. a) $\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{3}$; $5\frac{1}{3}$; $21\frac{1}{3}$; b) 6; 0; -2; $-2\frac{2}{3}$; c) 0,3; 1,5; 2; 7,5; d) 5; 25; 1; $\frac{1}{25}$.

323. a) $(7; 11{,}5]$; b) $\left(-6; -5\frac{4}{5}\right]$; c) $(0; 1{,}5]$; d) $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$; e) $\left(0; 2\frac{4}{7}\right]$; f) $[2; +\infty)$.

324. a) 11; 35; 36; 35; b) $f(6)=36$; c) $n=6$.

325. a) 30; 30; 28; b) $f(5{,}5)=30{,}25$; c) $n=5$ arba $n=6$.

326. a) $a_1=7{,}85$, $a_3=8{,}75$, $a_5=9{,}65$; b) $a_1=15{,}1$, $a_2=13{,}95$, $a_4=11{,}65$; c) $a_1=-22$, $a_2=-11$, $a_4=11$; d) $a_2=-1\frac{5}{6}$, $a_3=1\frac{5}{6}$, $a_5=9\frac{1}{6}$.

328. a) $-17{,}5$; b) 40,7; c) $-43{,}3$; d) $5\frac{4}{7}$. **329.** a) -2; 1; 4; b) 18; 8; -2.

330. a) 16; b) 26; c) 59; d) 56. **331.** a) $y_1=11$; $d=4$; b) $y_1=8$; $d=6$.

332. a) $d=2$; $S=10\,200$; b) $d=3$; $S=17\,250$; c) $d=2$; $S=9550$; d) $d=-1{,}425$; $S=-4253{,}75$.

333. a) 4615; b) 3795; c) 5325; d) 6035.

334. a) 79; 259; b) 18; -3; c) 7; 28; d) 2; 1661; e) $n=12$, $a_n=-3{,}5$ arba $n=25$, $a_n=3$; f) $-15\frac{1}{3}$; $14\frac{2}{3}$.

335. a) 6,25; b) 55; c) 76,5. **336.** a) -1980; tris; b) 3390; du.

337. a) $a_n=2n-6$; b) $a_n=7-2n$. **338.** a) 99; b) 100; c) $19\sqrt{2}$; d) 3,7.

339. -210. **340.** 23. **341.** -6. **342.** 44.

343. a) ± 2; b) 11; c) 2; 10; d) $\pm\frac{1}{3\sqrt{3}}$; e) $\varnothing$; f) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k \in Z$.

344. Ne. **345.** 18,5 °C. **346.** 180. **347.** 4,2km/min. **348.** Po 4 val.
349. a) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$; b) $-\frac{4}{9}$; $\frac{8}{27}$; $-\frac{16}{81}$; c) $\frac{3}{5}$; $-\frac{3}{25}$; $\frac{3}{125}$; d) -3; -1; $-\frac{1}{3}$.
350. a) $\frac{1}{2}$; b) $-42\frac{2}{3}$; c) $-\frac{81}{256}$; d) $13{,}5\sqrt{3}$. **351.** a) 48; b) 100; c) $-\frac{5}{24}$; d) 0,675.
352. d), f) — aritmetinė progresija; a), e) — geometrinė progresija.
354. a) 0,072; 7,2; 72; b) $\frac{1}{27}$; $-\frac{1}{3}$; -27; c) 216; 54; 13,5 arba -216; -54; $-13{,}5$; d) 12; 108; -324 arba -12; -108; -324.
355. a) 5,904; b) $-\frac{489}{578}$; c) 6,528; d) $\frac{5181\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-1}$.
356. a) -16; b) $-\frac{3}{112}$; c) 6; d) -2 arba 2.
357. a) -4; $-\frac{85}{32}$; b) 243; 360; c) $\sqrt{3}$; $13\sqrt{3}+12$ arba $-\sqrt{3}$; $13\sqrt{3}-12$; d) 3; 384; e) 0,5; 5.
358. a) 6; 1,5; 0,375 arba -6; 1,5; $-0{,}375$; b) 0,12; 0,6; 3 arba $-0{,}12$; 0,6; -3.
359. 1; 3; 9; 27 arba 27; 9; 3; 1. **360.** 3. **361.** a) 3,375; b) 1,728.
362. a) 10; b) 2; c) 6. **363.** a) 0; b) 1; $\log_2 5$.
364. a) 3 arba -3; b) 121, kai $q=3$; 61, kai $q=-3$; c) ne.
365. a) $\frac{3^n-1}{6}$; b) $8\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$; c) $2{,}5\left(5^n-1\right)$; d) $16\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$.
366. a) $b_1=3$; $q=2$; b) $b_1=96$; $q=0{,}5$.
367. a) -1; b) -1; 0; c) 5; d) 5; e) 3; f) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in Z$.
368. a) $\frac{2}{5}$; b) 1,65; c) $-\frac{1}{6}$; d) $2\frac{29}{130}$.
369. a) 9; b) -48; c) $-5\frac{5}{9}$; d) $9+3\sqrt{3}$; e) $2-2\sqrt{2}$; f) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}-1)$.
370. a) 5; 2,5; b) 18; $-5\frac{1}{7}$; c) 28; $-15\frac{5}{9}$; d) $\sqrt{3}$; 1. **371.** a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{7}{11}$; c) $\frac{14}{111}$; d) $\frac{15}{37}$.
372. a) 0,3(8); b) 0,41(6); c) 0,45(0); d) 0,55(4).
373. a) $\frac{2}{3}$; b) $3\frac{23}{30}$; c) $2\frac{6}{11}$; d) $7\frac{23}{990}$; e) $2\frac{289}{550}$; f) $1\frac{194}{12375}$.
374. a) 1; b) $\frac{6}{7}$; c) $2\sqrt{3}$; d) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$. **375.** a) $-\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) 9; d) 5; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{1}{4}$.
376. -1 arba 5. **377.** a) $m=15$; $n=27$; b) $m=15$; $n=3$.
378. 931. **379.** 32. **380.** a) $\frac{\pi}{2}$; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{1}{2}$; d) -2; e) 0,1; 10; f) 0,1; 10.
381. a) $\arcsin\frac{3}{5}$; $\arcsin\frac{4}{5}$; b) $\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; $\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

4 SKYRIUS

7. a) $\frac{2}{15}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{7}{15}$; d) $\frac{5}{6}$. **8.** a) 0,3; b) 0,5. **9.** a) $\frac{5}{9}$; b) $\frac{2}{9}$. **10.** $\frac{rs}{k}$. **11.** $\frac{1}{12}$.
12. $\frac{1}{36}$. **13.** a) $\mathbf{P}(S=2)=\mathbf{P}(S=12)=\frac{1}{36}$; b) $\mathbf{P}(S=7)=\frac{1}{6}$. **14.** a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{2}{3}$.
15. 0,062. **16.** $\frac{1}{90}$. **17.** 840. **18.** 32760. **19.** 42.
20. a) 1260; b) 480; c) 45. **21.** 3360. **22.** 240. **23.** 210.
24. 1350. **25.** 63000. **26.** a) 240; b) 480. **27.** $\frac{1}{120}$. **28.** 0,1.
29. $\frac{5}{14}$. **30.** 0,275. **31.** 0,3024. **32.** $\frac{A_7^2}{7^5}$.
33. $\frac{C_{10}^6\cdot C_4^3\cdot 6}{3^{10}}$. **34.** $\frac{C_{10}^5\cdot C_{10}^5}{C_{20}^{10}}$.
35. 0,2. **36.** 0,0014. **37.** 0,0028. **38.** 0,0004. **39.** $\frac{1}{3}$.
40. a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{43}{45}$. **41.** a) 0,94; b) 0,56; c) 0,38; d) 0,06.
42. a) 0,216; b) 0,2592; c) 0,20736; d) 0,68256. **43.** a) $\frac{1}{81}$; b) $\frac{4}{81}$; c) $\frac{10}{81}$; d) $\frac{5}{27}$.
44. $\frac{23}{45}$. **45.** a) 0,72; b) 0,03; c) 0,25.

5 SKYRIUS

1. a) 135°; b) 115°; c) 58°. **2.** 75°, 15°. **3.** 42 cm.
4. $P = 8(2+\sqrt{2})$, $S = 32$. **5.** $P = 20(2\sqrt{3}+3)$ cm, $S = 300\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.
6. Ne. **7.** a) 14,4 cm; b) 4,8 cm, $3\frac{9}{13}$ cm, $3\frac{9}{13}$ cm.
12. $\triangle AMK = \triangle MKN = \triangle KNC = \triangle MBN$; lygiagretainiai $AMNK$ ir $KMNC$; trapecijos $ABNK$ ir $CBMK$.
14. $4(\sqrt{3}-1)$. **15.** 3 cm, 4 cm, 5 cm. **16.** $\frac{12\sqrt{2}}{7}$. **17.** 36°, 144°.
18. a) 50°; b) 120°. **19.** 15°. **20.** 90°. **22.** 110°, 70°. **25.** 105°, 75°. **26.** 60°, 120°.
27. *Sprendimas.* Tegul nubrėžta tiesė kerta kraštinę AC taške K. Tada MK yra $\triangle ABN$ vidurinė linija ir $AK = KN = NC$. Kadangi ON yra $\triangle CMK$ vidurinė linija, tai $MO = OC$.
29. $\angle A = 60°$, $\angle B = 30°$. **31.** 7,5 cm. **32.** 9,6.
33. $MN = 6{,}3$ cm, $NP = 3{,}75$ cm. **34.** $A_1B_1 = 9{,}6$ cm, $A_1C_1 = 14{,}4$ cm.
35. 8 m, 12 m, 16 m. **36.** 20 dm, 40 dm, 50 dm.
40. 8 cm. **41.** 3,25 ir 2,75. **42.** 8 cm, 14 cm.
43. $\triangle ADF \backsim \triangle EDB$, $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$, $\triangle EDB \backsim \triangle ABC$. **45.** $BC = 9$, $AC = 12$.
47. 5 cm. **48.** $\sin C = \frac{5}{13}$, $\cos C = \frac{12}{13}$, $\operatorname{tg} C = \frac{5}{12}$. **49.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$, $\frac{10\sqrt{3}}{3}$, $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.
50. a) a; b) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; d) $\frac{a}{2}$. **51.** 18 cm, 12 cm^2.
52. $P = 4(3+\sqrt{3})$, $S = 8\sqrt{3}$. **53.** $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.
54. 5 arba $5\sqrt{2}-5$. **55.** $8+4\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm.
56. 12 cm^2. **57.** $\frac{7}{3}$. **58.** 18 cm. **59.** 20 cm, 12 cm, 20 cm. **60.** 9 cm.
61. 60°, 120°; 5 arba 10. **62.** 21. **63.** a) $\frac{8}{17}$; b) $\frac{15}{17}$; c) 75 cm^2.
65. 8 cm. **66.** 15 cm ir 9 cm. **67.** 12 cm ir 14 cm. **68.** $48\sqrt{21}\,\text{cm}^2$.
69. 16 cm ir 28 cm; 28 cm ir 36 cm. **70.** 10 cm, $9\frac{3}{13}$ cm, 240 cm^2.
71. 216 cm^2. **72.** 10 cm. **73.** 26 cm. **74.** 864 cm^2.
75. $32\sqrt{3}$ cm, $96\sqrt{3}\,\text{cm}^2$. **76.** 130 m. **77.** 21 cm ir 29 cm.
78. 155,52 dm^2. **79.** 16 ir 30. **80.** a) $10\sqrt{3}$; b) $40(\sqrt{3}+2)$; c) $200(2\sqrt{3}+3)$.
81. a) 5184; b) $18\sqrt{2}$. **82.** a) 44%; b) 44%. **83.** $2\sqrt{2}$ cm. **84.** $6\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$.
85. $4a^2$, $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$. **86.** 34 cm. **87.** 15π cm. **88.** 90. **89.** 4,5 dm^2.
90. 18 cm. **91.** 50° arba 100°. **92.** 156°. **94.** $\approx 4{,}7$ m.
95. 8 cm. **96.** $180° - (\alpha+\beta)$. **97.** 8.

MATEMATIKA 11. UŽDAVINYNAS
(Antrasis pataisytas ir papildytas leidimas)

2003 06 10. 6,5 sp. l. Tiražas 10 000 egz. Užs. Nr. 686
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-2021 Vilnius
Spausdino UAB „Spaudos kontūrai"
Viršuliškių skg. 80, LT-2056 Vilnius